

ЧАСТЬ II

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА "СВОБОДНЫЕ И ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ В ОДИНОЧНОМ И СВЯЗАННЫХ RLC -КОНТУРАХ"

1. ОРГАНИЗАЦИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

1.1. Общие вопросы тематики лабораторной работы

Цель лабораторной работы – исследование свободных и вынужденных колебаний в одиночном колебательном контуре и в системе двух индуктивно связанных колебательных контурах.

Выполнение лабораторной работы предполагает следование общим принципам, кратко изложенным в Приложении 1 к части II данного учебного пособия, т.е. предусматривает три ключевых этапа действий студента. Первый этап – подготовка к работе в виде изучения данного пособия и других материалов по теме. Второй этап – выполнение измерений, указанных в Программе работы (разделы 2 и 3 данной части пособия), в рамках занятия в учебной лаборатории. И третий этап – обработка полученных результатов измерений и оформление отчета по лабораторной работе. При оформлении отчета следует руководствоваться требованиями, изложенными в [1].

Спецификой данной работы является относительно большой объем измерений, в связи с чем Программа работы предполагает выполнение измерений за два занятия, в соответствии с логическим разделением исследований на две части. На первом занятии выполняются исследования свободных колебаний в LC -контурах, в соответствии с частью Программы работы, приведенной в разделе 2 данной части пособия. На втором занятии выполняются исследования вынужденных колебаний в LC -контурах, согласно части Программы работы, приведенным в разделе 3 данной части пособия. Отчет делается общий по всей Программе лабораторной работы.

В части I данного пособия приведены основные теоретические аспекты описания работы одиночного и индуктивно связанных последовательных

резонансных контуров. Эту часть следует изучить в порядке подготовки к лабораторной работе, а также можно использовать при выполнении измерений и при подготовке отчета. Все соотношения и формулы, приведенные в Программе лабораторной работы показаны и обоснованы в теоретическом анализе, представленном в части I данного пособия.

1.2. Описание лабораторной установки

Принципиальная схема исследуемой электрической цепи представлена на рис. 1.1. Основными элементами электрической цепи лабораторной работы являются два колебательных контура. Каждый контур образован последовательным соединением катушки индуктивности и конденсатора. Катушки индуктивности в контурах подобраны одинаковыми и имеют одинаковую индуктивность L . Емкости конденсаторов в контурах C_1 и C_2 могут варьироваться и не совпадать. Кроме того, в каждый контур могут включаться одинаковые добавочные резисторы $R_{\text{доб}}$. Между этими контурами вводится варьлируемая индуктивная связь за счет регулируемой взаимной индуктивности для катушек L_1 и L_2 с нормированным коэффициентом связи k .

Колебания в контурах возбуждаются напряжением $e(t)$ от источника, подключенного к первому контуру. Если коэффициент связи k устанавливается равным или близким к нулю, то реализуется цепь с одним контуром (второй контур отключен), а если коэффициент k не равен нулю, то реализуется система двух индуктивно связанных контуров¹⁾.

¹⁾ Можно уточнить, что в компактном блоке регулировки индуктивной связи проблематично обеспечить снижение k до нуля и в действительности обеспечивается уровень $k < 0,01$. При этом следует понимать разное влияние связи для первого и второго контуров. Первый контур подключен непосредственно к источнику напряжения. Связь со вторым контуром влияет на колебания в первом контуре в том числе может наблюдаться «демпфирование» колебаний, но при снижении k до уровня ниже 0,01 влияние второго контура практически пренебрежимо мало и первый контур можно с высокой точностью рассматривать, как одиночный контур. Второй контур подключен к цепи исключительно за счет индуктивной связи, поэтому при любом ненулевом уровне k характер колебаний во втором контуре не может быть таким же, как для одиночного контура и в них будет проявляться влияние связи.

Сказанное обуславливает то обстоятельство, что режим связанных контуров изучается с наблюдением преимущественно напряжения на конденсаторе второго контура.

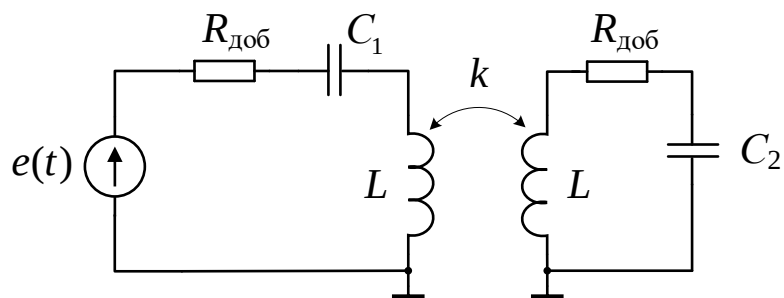


Рис. 1.1. Схема исследуемой электрической цепи

Структурная схема и внешний вид лабораторного макета представлены на рис. 1.2. С данным макетом в работе используется измерительная аппаратура, включающая генератор, осциллограф и анализатор спектра. Данный макет позволяет исследовать как режим свободных колебаний, так и режим вынужденных колебаний в LC -контурах, различия заключаются в подключении генератора и измерительных приборов.

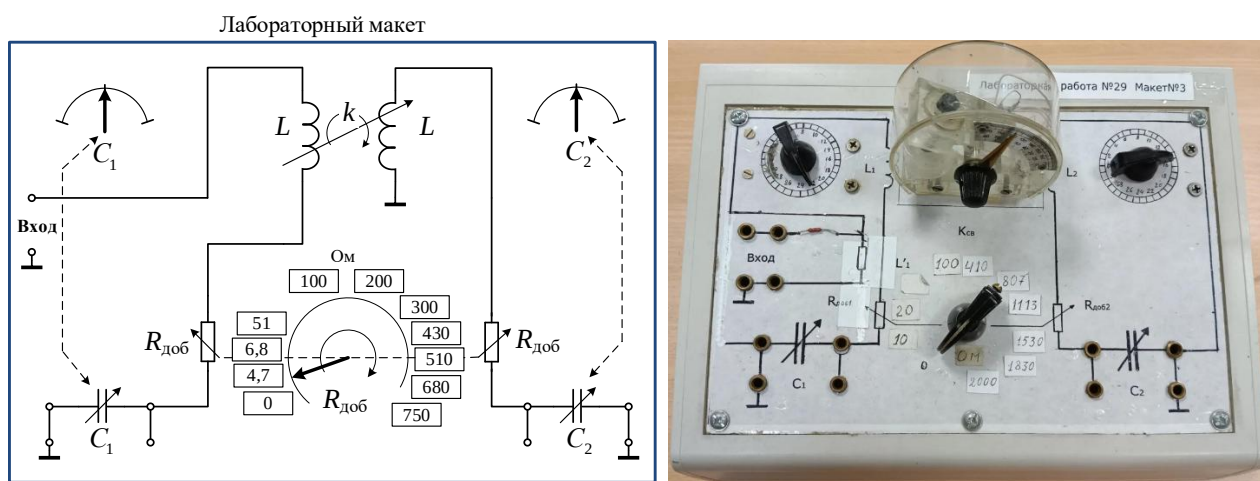


Рис. 1.2. Структурная схема и внешний вид лабораторного макета

Переключатель добавочных сопротивлений позволяет менять добавочные резисторы в составе контуров и имеет шкалу с указанием сопротивления подключаемых резисторов $R_{доб}$ в [Ом].

Регуляторы значений емкостей C_1 и C_2 расположены в верхней части лицевой панели. Они позволяют независимо изменять емкости конденсаторов в контурах посредством поворота ручки регулятора с контролем ее положения по

дуговой шкале. К лабораторному макету прилагается график с градуировочными зависимостями, которые связывают значения делений на шкалах регулировки с емкостью конденсаторов.

Регулятор индуктивной связи использует механическое изменение взаимного положения и ориентации катушек индуктивности, и при этом имеет транспортирную шкалу с делениями от 0 до 90. К лабораторному макету прилагается градуировочная зависимость, которая связывает значения делений на шкале с коэффициентом связи k катушек индуктивности.

К лабораторному макету также прилагается краткая инструкция по работе анализатором спектра.

1.3. Организация измерений при исследовании свободных колебаний в LC -контурах

Для исследования свободных колебаний в LC -контурах в схему подается сигнал $e(t)$ генератора импульсов (например, Г5-63) в виде последовательности прямоугольных импульсов с большой скважностью. Нужно установить амплитуду импульсов 4.5 В, и длительность импульсов 2.5 мкс. Такие короткие входные импульсы позволяют возбуждать в системе двух связанных контуров относительно простой тип свободных колебаний с одной или двумя доминирующими частотами, рассмотренный в теоретической части. Период следования импульсов должен быть установлен в сто раз большим, чем длительность импульса. Достаточно большой период следования входных импульсов необходим для завершения наблюдения свободных колебаний в контурах, до начала следующего импульса.

При исследовании колебаний в одиночном контуре выходным сигналом полагается напряжение на конденсаторе C_1 *при нулевой индуктивной связи*, с подключением приборов согласно рис. 1.3. В качестве нулевой индуктивной связи можно принять минимальную связь, при установке регулятора индуктивной связи в нулевое положение на шкале.

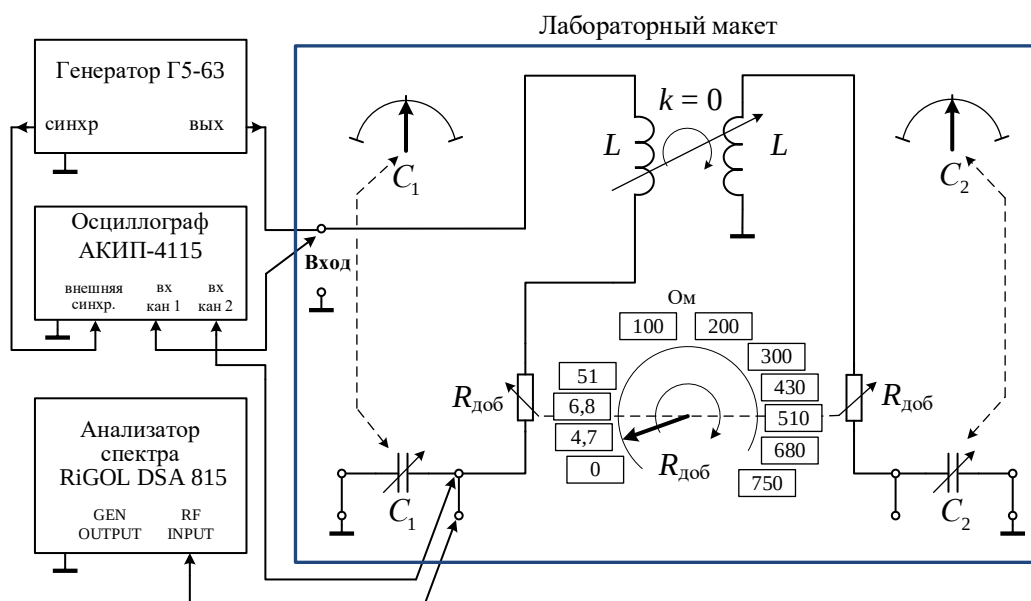


Рис. 1.3. Подключение измерительных приборов для исследования свободных колебаний в режиме одиночного контура

При исследовании двухконтурной системы, когда индуктивная связь может быть разной, в качестве выходного сигнала в большинстве случаев выбирается напряжение на конденсаторе C_2 , с подключением приборов согласно рис. 1.4. В конце первой части работы в Программе есть пункт, когда в режиме связанных контуров одновременно наблюдаются осцилляции напряжений на конденсаторах обоих контуров. В этом особом случае используется подключение приборов согласно рис. 1.5.

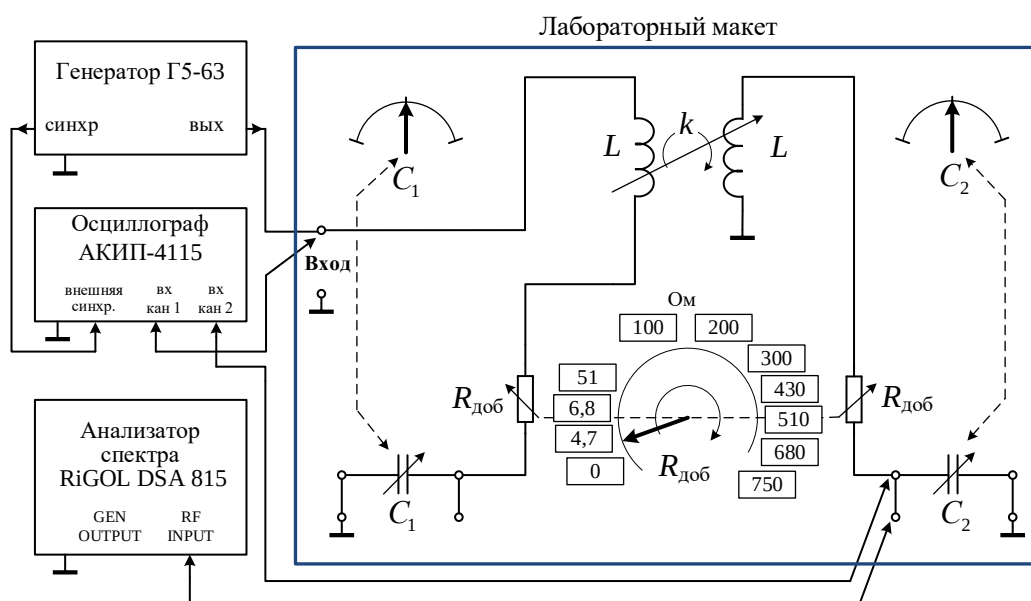


Рис. 1.4. Подключение измерительных приборов для исследования свободных колебаний в режиме связанных контуров

Форма колебаний и их параметры наблюдаются и регистрируются посредством осциллографа (например, АКИП-4115). Для этого первый канал осциллографа подключается к выходу генератора и регистрирует входные импульсы $e(t)$, а второй канал подключается к конденсатору C_1 , либо к конденсатору C_2 , в зависимости от того исследуется ли одноконтурная или двухконтурная система. Для корректного наблюдения осциллограмм следует использовать режим внешней синхронизации от соответствующего выхода генератора. Важно учитывать, что свободные колебания в контуре начинаются после окончания действия возбуждающего импульса, то с момента спада (заднего фронта) импульса $e(t)$.

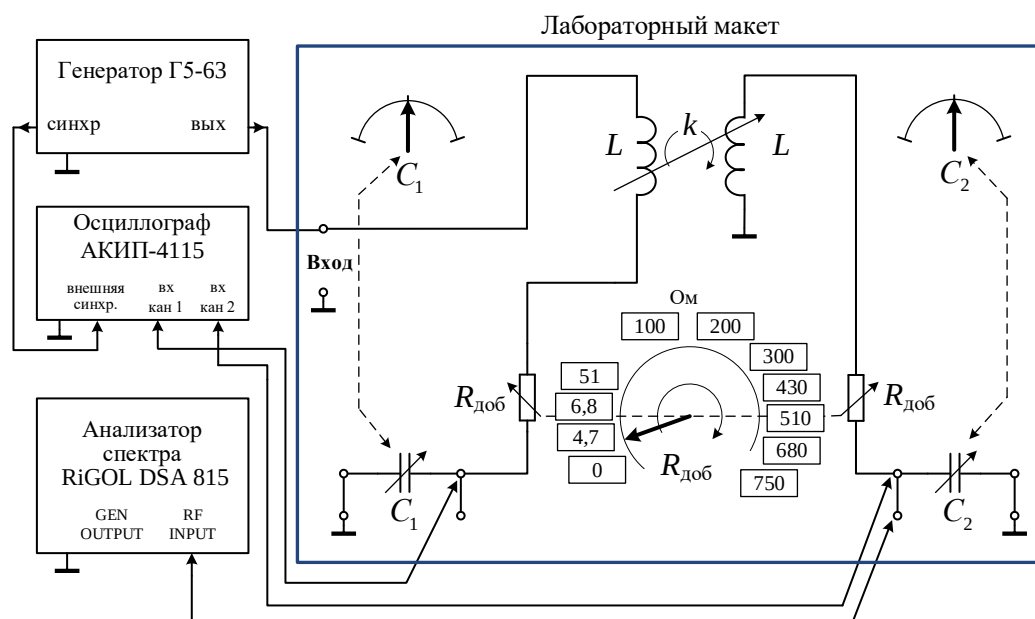


Рис. 1.5. Подключение измерительных приборов для исследования свободных колебаний в связанных контурах с наблюдением колебаний в обоих контурах

Анализатор спектра (например, RIGOL DSA 815) позволяет регистрировать спектр сигнала реакции цепи на входную последовательность импульсов. Это позволяет определять значения частот основных

осциллирующих компонент, т.е. анализировать частоты свободных колебаний в исследуемой системе контуров. Входной разъем анализатора спектра обозначен как «RF INPUT».

1.4. Организация измерений при исследовании вынужденных колебаний в LC-контурах

При исследовании вынужденных колебаний на вход цепи подается сигнал $e(t)$ от генератора качающейся частоты (Tracking Generator или TG), входящего в состав анализатора спектра. Для этого необходимо включить режим "Tracking Generator", выход TG подключить ко входу электрической цепи, а выходной сигнал цепи подать на вход анализатора спектра. Частота гармонического колебания на выходе TG меняется от времени по линейному закону синхронно с регистрацией анализатором спектра входного сигнала. Для каждого значения мгновенной частоты генератора регистрируется соответствующий выходной сигнал цепи, в результате чего в этом режиме анализатор спектра обеспечивает автоматизированное измерение амплитудно-частотной характеристики цепи.

У анализатора спектра RIGOL DSA 815 выход генератора качающейся частоты обозначен «GEN OUTPUT 50 Ω » (вход анализатора спектра обозначен как «RF INPUT»). Включение режима "Tracking Generator" этого прибора осуществляется кнопкой "TG" на лицевой панели анализатора спектра (после нажатия этой кнопки в появившемся меню в поле «TG» нужно выбрать «ON»).

При измерениях в режиме одиночного контура (при нулевой связи контуров) выходным сигналом является напряжение на конденсаторе C_1 , с подключением анализатора спектра согласно рис. 1.6.

В режиме связанных контуров в качестве выходного сигнала в основном удобно наблюдать напряжение на конденсаторе C_2 , с подключением анализатора спектра согласно рис. 1.7. Но для пункта с наблюдением эффекта подавления колебаний в первом контуре используется подключение анализатора спектра к конденсатору C_1 так же, как на рисунке 1.6.

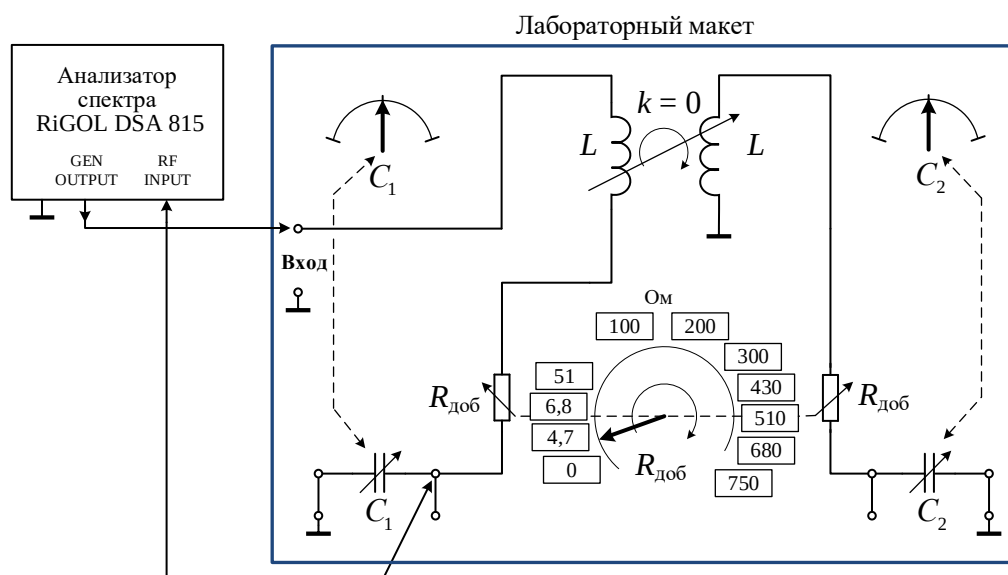


Рис. 1.6. Подключение анализатора спектра к лабораторному макету для исследования вынужденных колебаний в одиночном контуре

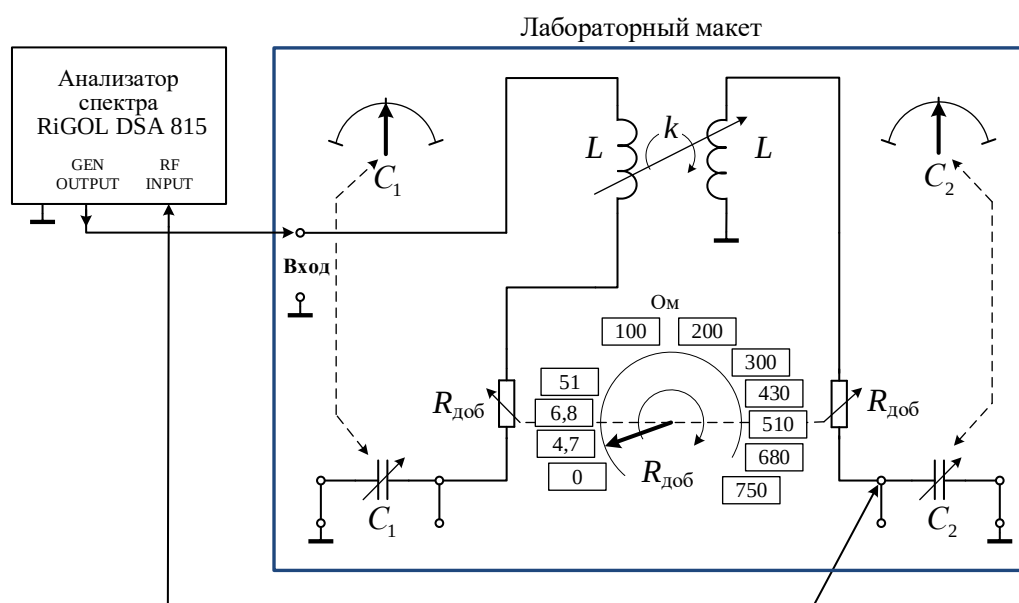


Рис. 1.7. Подключение анализатора спектра к лабораторному макету для исследования вынужденных колебаний в связанных LC -контурах

2. ПРОГРАММА ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ В *RLC*-КОНТУРАХ

(первое занятие в учебной лаборатории)

- Данная часть Программы лабораторной работы выполняется в ходе первого занятия в учебной лаборатории.

Пункты 2.1 – 2.8 данной части Программы работы предусматривают исследование свободных колебаний в одиночном контуре (когда индуктивная связь между контурами макета установлена нулевой и цепь переведена в режим одиночного контура).

Пункты 2.9 – 2.20 Программы данной части работы предусматривают исследования свободных колебаний в системе связанных контуров, когда в катушках индуктивности контуров цепи присутствует ненулевая индуктивная связь.

- Заведите протокол измерений, записав название работы (и данной части работы), ФИО преподавателя и выполняющих работу студентов, номер академической группы, номер бригады и дату.
- Перед работой следует внимательно ознакомиться с краткой инструкцией к анализатору спектра, и в ходе работы целесообразно сверяться с ней по мере необходимости.
- При составлении отчета следует привести в нем все осциллограммы и спектрограммы (спектрограмма – изображение на экране анализатора спектра) в соответствующих пунктах отчета, где они обсуждаются и анализируются.

2.1. Настройте исследуемую цепь в режим одиночного контура

- Подключите приборы к лабораторному макету, в соответствии с рисунком 1.3 и описанием в п.1.3 (генератор должен быть установлен в режим импульсов с амплитудой 4.5 В и длительностью 2.5 мкс).

- Установите отсутствие связи между первым и вторым контурами. Связь между контурами минимальна (можно полагать нулевой) при перпендикулярном расположении катушек индуктивности. При этом второй контур отключен от остальной цепи и работает только первый контур (режим одиночного LC -контура).
 - Подключите второй канал осциллографа и вход анализатора спектра к конденсатору C_1 первого контура.
 - Установите регулятор емкости C_1 в середину диапазона изменения. По градуировочной кривой данного регулятора и с учётом добавления ёмкостей кабелей с подключёнными приборами найдите значение фактически установленной полной емкости в контуре и запишите его в протокол, как емкость $C_{1н}$. Буква "Н" в индексе подчеркивает, что это значение для начальной настройки емкости контура.
- ! По градуировочной кривой определяется емкость непосредственно конденсатора в цепи контура. Но при этом каждый подключенный прибор с учетом емкости кабеля добавляет к емкости конденсатора емкость ≈ 100 пФ. Поэтому в случае подключения двух приборов (осциллографа и анализатора спектра для определения полной емкости контура нужно к емкости самого конденсатора добавить 200 пФ.

2.2. Регистрация сигналов свободных колебаний в одиночном контуре

- В двухканальном режиме работы осциллографа зарегистрируйте осциллограммы возбуждающего импульса $e(t)$ (первый канал осциллографа) и напряжения $u_{C1}(t)$ на конденсаторе C_1 (второй канал осциллографа) при $R_{доб} = 0$.
- По осциллограмме напряжения $u_{C1}(t)$ с помощью курсоров зафиксируйте экстремумы напряжения u_{Cm1} и u_{Cm2} в моменты t_{m1} и t_{m2} , разнесенные по времени на N периодов колебаний (выбрать экстремумы в начале и в конце наблюдаемой осциллограммы). Запишите в протокол u_{Cm1} , u_{Cm2} , $(t_{m2} - t_{m1})$ и N .

- Зарегистрируйте аналогичные двухканальные осциллограммы возбуждающего импульса $e(t)$ и напряжения $u_{C1}(t)$ при двух минимальных ненулевых значениях $R_{\text{доб}}$. Также для этих $R_{\text{доб}}$ проведите измерения напряжений экстремумов, сдвинутых на несколько периодов. В каждом случае запишите в протокол u_{Cm1} , u_{Cm2} , $(t_{m2} - t_{m1})$ и N .

2.3. ПРИ ПОДГОТОВКЕ ОТЧЕТА Определение параметров сигнала свободных колебаний в контуре

- Приведите рисунок с осциллограммами, полученными в п. 2.2.
- Используя результаты измерений в п. 2.2, определите для разных $R_{\text{доб}}$ период $T_{\text{ск}}$ и параметр затухания α свободных колебаний в контуре, логарифмический декремент θ , а также добротность контура Q .

! Для измерения параметра затухания α следует рассматривать изменение уровня собственных колебаний за несколько периодов колебаний, и

использовать выражение $\alpha = \frac{1}{N \cdot T} \ln \frac{u_{Cm}}{u_{C(m+N)}}$, а значение $T_{\text{ск}}$ следует оценивать,

как $T_{\text{ск}} = (t_{m2} - t_{m1})/N$. Логарифмический декремент затухания оценивается выражением $\theta = \alpha T_{\text{ск}}$. Добротность контура можно оценить по соотношению $Q = \pi/(\alpha T_{\text{ск}}) = \pi/\theta$.

- Приведите полученные результаты в единой таблице.
- Сделайте вывод о том, какие параметры сигнала свободных колебаний существенно зависят от $R_{\text{доб}}$, а какие нет.
- Для случая $R_{\text{доб}} = 0$ проверьте выполняется ли условие $\alpha \ll 2\pi/T_{\text{ск}}$, соответствующее высокой добротности контура.

2.4. Аперiodический режим свободных колебаний в контуре

- Изменяя $R_{\text{доб}}$, определите значения добавочного сопротивления, при котором наблюдается аперiodический режим работы контура.

- Зарегистрируйте осциллограммы возбуждающего импульса $e(t)$ и напряжения $u_{C1}(t)$ для апериодического режима.

2.5. Измерение зависимости частоты собственных колебаний в контуре от емкости

- Установите $R_{\text{доб}} = 0$.
- Измерьте значение частоты собственных колебаний контура f_{01} по спектру сигнала свободных колебаний контура. Запишите это значение в протокол, как значение f_{01} для исходной емкости контура $C_{1\text{н}}$.
- ! Для измерения частоты f_{01} используйте показания анализатора спектра, учитывая, что в спектре сигнала свободных колебаний контура максимальна компонента с частотой f_{01} .
- Измерьте значение частоты f_{01} для разных значений емкости C_1 , изменяя положение регулятора емкости C_1 .
- ! Для получения зависимости $f_{01}(C_1)$ следует провести измерения для 3-х значений выше, и для 3-х значений ниже исходно установленной емкости $C_{1\text{н}}$, равномерно распределенных в диапазоне регулировки емкости C_1 .

2.6. ПРИ ПОДГОТОВКЕ ОТЧЕТА Расчет индуктивности L

- Сопоставьте измеренное значение f_{01} при исходно установленной емкости контура C_{10} и значение периода свободных колебаний $T_{\text{ск}}$, найденное в п. 2.3.
- Используя результаты измерений, полученные при выполнении п. 2.5 постройте график зависимости величины $1/f_{01}^2$ от емкости C_1 . Сравните вид полученного графика с прямолинейной зависимостью соответствующей теоретической зависимости.
- По полученному графику найдите индуктивность контура L .

! Для нахождения L следует учесть формулу для резонансной частоты колебательного контура, из которой следует, что $1/f_{01}^2 = 4\pi^2 LC_1$. Тогда значение L может быть найдено по наклону зависимости $1/f_{01}^2$ от емкости C_1 . Целесообразный вариант нахождения наклона этой зависимости – использование стандартных методов аппроксимации измеренных точек прямой линией. Аппроксимация экспериментальных простыми функциями, в т.ч. прямой линией с использованием пакета Excel описана в Приложении 2.

2.7. ПРИ ПОДГОТОВКЕ ОТЧЕТА Расчет собственного сопротивления катушки индуктивности

– С учетом полученных значений C_{1H} , L и f_{01} найдите значение собственного сопротивления катушки индуктивности R_0 .

! Для нахождения R_0 используйте соотношение $R_0 = \frac{\theta}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{L}{C_{1H}}}$.

2.8. ПРИ ПОДГОТОВКЕ ОТЧЕТА Расчет добавочного сопротивления на границе между колебательным и апериодическим режимами

– Найдите теоретическое значение добавочного сопротивления $R_{доб}^*$, соответствующего границе между колебательным и апериодическим режимами.

! Для нахождения $R_{доб}^*$, используйте выражение, полученное в теоретическом анализе: $R_{доб}^* = 2 \cdot \sqrt{L/C_{1H}} - R_0$.

– Сравните рассчитанное теоретическое значение $R_{доб}^*$, при котором наблюдался апериодический режим, с экспериментальным из п. 2.5.

2.9. Настройка исследуемой цепи в режим связанных контуров

– Переключите входы второго канала осциллографа и анализатора спектра к конденсатору C_2 второго контура, как показано на рисунке 1.4.

– Установите регулятор емкости C_1 в положение, при котором емкость в первом контуре будет соответствовать исходному значению $C_{1н}$.

! Изменение положения регулятора нужно для компенсации изменения фактического значения емкости первого контура после отключения приборов от конденсатора первого контура.

! Для определения нужного положения регулятора емкости C_1 нужно использовать значение полной емкости первого контура $C_{1н}$, записанной при выполнении п. 2.1, и по градуировочной кривой найти положение регулятора, соответствующее этому значению.

– Введите малую связь между первым и вторым контурами, установив минимальный коэффициент связи $k_{\min}$, при котором зависимость $u_{C2}(t)$ уже имеет вид «биений» и содержит один период огибающей $T_{ог}$. По градуировочной кривой найдите значение $k_{\min}$ и запишите его в протокол.

2.10. Настройка частоты второго контура на частоту первого

– Изменяя величину емкости C_2 настройте собственную частоту второго контура равной собственной частоте первого контура f_{01} .

Для этого установите такое значение C_2 , при котором наблюдается максимальная амплитуда колебаний напряжения $u_{C2}(t)$ на конденсаторе C_2 (отображается на осциллограмме).

– По градуировочной кривой регулятора емкости C_2 , и учитывая добавление ёмкостей кабелей с подключёнными приборами, найдите значение фактически установленной полной емкости $C_{2н}$ во втором контуре и запишите его в протокол, аналогично действиям при выполнении п. 2.1.

! При рассмотрении связанных контуров используют параметр относительной расстройки контуров $x = f_{02}/f_{01}$. Выполнение указанной выше настройки с установлением одинаковых собственных частот контуров $f_{01} = f_{02} = f_0$ должно обеспечить $x = 1$.

- Убедитесь, что спектр сигнала, наблюдаемый по анализатору спектра, имеет один максимум и запишите частоту данного максимума f_0 .

2.11. ПРИ ПОДГОТОВКЕ ОТЧЕТА Анализ результатов настройки собственной частоты второго контура

- Сравните измеренное в п. 2.10 значение f_0 и значение собственной частоты первого контура f_{01} , найденное в п. 2.6.
- Сравните значение емкости C_{2H} , установленное во втором контуре при выполнении п. 2.10 и значение емкости C_1 , которое было установлено при выполнении п. 2.9.
- Объясните какое соответствие указанных выше параметров ожидалось после настройки, выполненной в ходе выполнения п. 2.9 и 2.10, и какое их соответствие зафиксировано в ходе измерений.

2.12. Регистрация сигналов свободных колебаний в связанных контурах

- Зарегистрируйте наблюдаемые осциллограммы возбуждающего импульса $e(t)$ и напряжения $u_{C2}(t)$ на конденсаторе второго контура.
- По осциллограмме сигнала $u_{C2}(t)$ (сигнал биений колебаний с близкой частотой) зафиксируйте период T наблюдаемых осцилляций напряжения и период огибающей $T_{ог}$ этих осцилляций.
- Изменяя коэффициент связи катушек в пределах от k_{min} до максимального значения k_{max} , для 4-х значений k (кроме k_{min} и k_{max} взять еще 2 значения, равномерно распределенных в диапазоне изменения коэффициента связи) зарегистрировать наблюдаемые при этом T и $T_{ог}$, записав их в протокол вместе со значением k .

2.13. ПРИ ПОДГОТОВКЕ ОТЧЕТА Расчет коэффициента связи по сигналу биений колебаний в связанных контурах

- Для каждого набора значений T и $T_{ог}$, измеренных в п. 2.12, рассчитайте значения коэффициента связи по теоретическому выражению $k = 2T/T_{ог}$.
- Сравните полученные расчетные значения со значениями k , которые устанавливались при измерениях.

2.14. Измерение зависимости частот связи контуров от коэффициента связи

- ! Измерения частот связи проводите с помощью анализатора спектра: частоты связи соответствуют частотам максимальных компонент спектра напряжения на конденсаторе C_2 .
- Увеличивая значение k от начального значения k_{min} найдите критическое значение связи $k_{кр}$, при превышении которого значения F_1 и F_2 становятся различимы в спектре сигнала. Запишите в протокол найденное значение $k_{кр}$.
- Изменяя коэффициент связи катушек в пределах от $k_{кр}$ до k_{max} измерьте и запишите в протокол частоты связи контуров F_1 и F_2 для 6 значений коэффициента связи, равномерно расположенных в этом диапазоне.

2.15. ПРИ ПОДГОТОВКЕ ОТЧЕТА Анализ измеренной зависимости частот связи от k

- Сравните значение $k_{кр}$, измеренное в п. 2.13, и оценку этого параметра для одинаковых связанных контуров по теоретическому соотношению $k_{кр} = 1/Q$.
- Постройте на одном графике теоретические зависимости частот связи контуров F_1 и F_2 от значения коэффициента связи k . Также на этом графике укажите и экспериментальные точки, измеренные при выполнении п. 2.13.
- ! Теоретическая зависимость частот связи от коэффициента связи при $k > k_{кр}$ задается выражениями:

$$F_1 = \frac{f_0}{\sqrt{1 - \sqrt{k^2 - 1/Q^2}}} \quad \text{и} \quad F_2 = \frac{f_0}{\sqrt{1 + \sqrt{k^2 - 1/Q^2}}}.$$

При построении теоретической зависимости $F_1(k)$, $F_2(k)$ следует использовать значение частоты настройки контуров f_0 , определенное в п. 2.10.

2.16. Измерение зависимости частот связи контуров при отстройке второго контура

- Установите максимальное значение коэффициента связи катушек $k_{\max}$.
- Перестраивая собственную частоту второго контура за счет изменения емкости C_2 зафиксировать получаемые при этом значения частот связи контуров F_1 и F_2 , записывая в протокол значения емкости и частот связи. При этом кроме начального значения емкости C_{2H} (которое было установлено в п. 2.10 и не менялось до выполнения данного пункта) следует выбрать еще по 3 значения емкости равномерно расположенных в диапазоне ниже, и выше значения C_{2H} (всего 6 точек, кроме C_{2H}).
- Повторите измерения частот связи при изменении C_2 для другого значения коэффициента связи катушек, установленного примерно в середине между $k_{кр}$ и $k_{\max}$. Запишите установленное значение k и результаты измерений в протокол.

2.17. ПРИ ПОДГОТОВКЕ ОТЧЕТА Построение графика Вина

- Для каждого из значений емкости C_2 в результатах выполнения п. 2.16, рассчитайте параметр расстройки контуров x .

! Поскольку $f_{02} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_2}}$ и $x = \frac{f_{02}}{f_{01}}$, а также $x = 1$ для емкости C_{2H} и $f_{01} = f_0$,

то для расчета используйте соотношения: $x = \sqrt{C_{2H}/C_2}$.

– Используя полученные значения параметра x , постройте на одном графике зависимости относительных частот связи контуров F_1/f_0 и F_2/f_0 от x для двух значений коэффициента связи k , устанавливавшихся в п. 2.16.

На этом же графике постройте также характерные прямые ($y = x$ и $y = 1$), аппроксимирующие ход зависимостей относительных частот связи при стремлении k к нулю.

– Сравните полученные экспериментальные зависимости с видом теоретических кривых графика Вина.

2.18. Наблюдение свободных колебаний одновременно в обоих контурах

– Отключите канал 1 осциллографа от выхода генератора и подключите его к конденсатору C_1 , в соответствии с рисунком 1.5.

! При этом емкость первого контура меняется, поскольку добавляется емкость подключенного кабеля, а второго из-за отключения кабеля. Это приводит к некоторой расстройке собственных частот контуров. Однако при выполнении данного пункта этим обстоятельством можно пренебречь.

– Зарегистрируйте осциллограмму с напряжениями $u_{C1}(t)$ и $u_{C2}(t)$ на конденсаторах контуров.

2.19. ПРИ ПОДГОТОВКЕ ОТЧЕТА Анализ фазовых соотношений свободных колебаний в связанных контурах

– Приведите осциллограммы напряжений $u_{C1}(t)$ и $u_{C2}(t)$ на конденсаторах контуров, измеренные в п. 2.18.

– Проверьте, какой сдвиг фаз наблюдается у колебаний напряжения $u_{C1}(t)$ и $u_{C2}(t)$, а также какой сдвиг фаз у их огибающих. Выполняется ли предсказанный теорией сдвиг фаз на 90° , когда экстремум первого колебания соответствует нулю второго, и наоборот?

3. ПРОГРАММА ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ В RLC -КОНТУРАХ

(второе занятие в учебной лаборатории)

- Данная часть Программы лабораторной работы выполняется в ходе второго занятия в учебной лаборатории.

Вынужденные колебания в линейной электрической цепи предполагают, что рассматривается установившийся режим гармонических колебаний. В таком случае форма колебаний в контурах известна и представляют интерес зависимости амплитуды и фазы колебаний в цепи в зависимости от частоты сигнала источника на входе цепи, т.е. частотные передаточные характеристики цепи. В данной работе предусмотрены измерения только амплитудных частотных характеристик (АЧХ), которые регистрируются с помощью анализатора спектра, работающего в режиме измерения АЧХ, как это пояснено в п. 1.4 данного пособия.

Пункты 3.1 – 3.4 данной части Программы работы предусматривают исследование вынужденных колебаний в одиночном контуре (когда индуктивная связь между контурами макета установлена нулевой и цепь переведена в режим одиночного контура).

Пункты 3.5 – 3.16 Программы данной второй части работы предусматривают исследования вынужденных колебаний в системе связанных контуров, когда в катушках индуктивности контуров цепи присутствует ненулевая индуктивная связь.

- Заведите протокол измерений для второй части работы (указав дату занятия).

3.1. Настройте исследуемую цепь в режим одиночного контура

- Установите отсутствие связи между первым и вторым контурами (так же, как при выполнении пункта 2.1). При этом можно полагать, что второй

контур отключен от остальной цепи, и работает только первый контур (режим одиночного LC -контра).

- Подключите вход анализатора спектра к схеме в соответствии с рис. 1.6.
- Установите регулятор емкости C_1 в середину диапазона изменения его положения.
- Установите переключателем добавочных сопротивлений $R_{доб} = 0$.
- Включите режим "Tracking Generator" анализатора спектра (кнопка "TG" на лицевой панели анализатора спектра) и получите изображение АЧХ цепи на мониторе анализатора спектра.

! На вход цепи от анализатора спектра подается сигнал с постоянной амплитудой. При этом анализатор спектра отображает фактический уровень сигнала на выходе цепи (после делителя на щупе анализатора), без нормировки с делением на амплитуду входного сигнала цепи. В результате зависимость на экране анализатора спектра соответствует форме АЧХ цепи с точностью до постоянного множителя. С помощью регулировки уровня на панели управления анализатора (см. прилагаемую краткую инструкцию к прибору) следует установить уровень отображаемой на экране характеристики так, чтобы она была хорошо видна (занимала большую часть экрана) и было удобно проводить измерения.

- Вращая регулятор емкости C_1 добейтесь, чтобы частота резонанса первого контура f_{01} была равна частоте f_0 , зафиксированной при выполнении п. 2.10. Запишите в протокол установленную полную емкость контура с учетом подключенного прибора.

! Как и ранее при выполнении раздела 2 следует учесть, что по градуировочной кривой определяется емкость непосредственно конденсатора в цепи контура. С учетом подключения анализатора спектра, для определения полной емкости контура C_1 нужно к емкости самого конденсатора добавить 100 пФ.

3.2. Измерение АЧХ резонансного *RLC*-контура при нулевом добавочном сопротивлении

- С помощью маркеров анализатора спектра определите и запишите в протокол частоту резонанса f_{01} , верхнюю и нижнюю граничные частоты $f^B_{-3\text{дБ}}$, $f^H_{-3\text{дБ}}$ по уровню 0,707 (уровень –3дБ), а также нижнюю и верхнюю граничные частоты $f^B_{-20\text{дБ}}$, $f^H_{-20\text{дБ}}$ по уровню 0,1 (уровень – 20 дБ).
- Зарегистрируйте отображаемый анализатором спектра вид АЧХ.

3.3. Измерение АЧХ резонансного *RLC*-контура при ненулевом добавочном сопротивлении

- Повторите измерения АЧХ, аналогичные проведенным в п. 3.2 при двух ненулевых значениях $R_{\text{доб}}$. При этом следует выбрать два минимальных ненулевых добавочных сопротивления.

3.4. ПРИ ПОДГОТОВКЕ ОТЧЕТА Расчет параметров АЧХ контура

- Сравните значение установленной емкости первого контура в п. 3.1 и значение емкости первого контура, зафиксированной при выполнении п. 2.1.
- По результатам измерений, выполненных в п.3.2 и 3.3 для каждого значения $R_{\text{доб}}$, определите значения добротности Q , а также полосы пропускания $\Delta f_{-3\text{дБ}}$ по уровню –3 дБ, и $\Delta f_{-20\text{дБ}}$ по уровню –20 дБ, рассчитайте коэффициент прямоугольности K_{Π} и крутизны спада резонансной характеристики S за полосой пропускания.

! Следует использовать соотношения:

$$\Delta f_{-3\text{дБ}} = (f^B_{-3\text{дБ}} - f^H_{-3\text{дБ}})/2; \Delta f_{-20\text{дБ}} = (f^B_{-20\text{дБ}} - f^H_{-20\text{дБ}})/2; Q = f_{01}/(2\Delta f_{-3\text{дБ}});$$

$$K_{\Pi} = \Delta f_{-20\text{дБ}}/\Delta f_{-3\text{дБ}}; S = 0,607/(\Delta f_{-20\text{дБ}} - \Delta f_{-3\text{дБ}}).$$

- Представьте рассчитанные значения всех указанных выше параметров в единой таблице.

- Сделайте выводы о влиянии $R_{\text{доб}}$ на параметры резонансной кривой.
 - Сравните значения K_{Π} и отношение $S \cdot f_{01}/Q$ с теоретическими значениями для резонансной кривой одиночного контура.
- ! Теоретический анализ RLC -контура дает следующие соотношения для параметров резонансной кривой: $K_{\Pi} = 10$ и $S \cdot f_{01}/Q = 0,135$.
- Сравните полученное значения добротности контура Q , и значение добротности контура, найденное при анализе свободных колебаний в контуре (п. 2.3).

3.5. Настройка исследуемой цепи в режим связанных контуров

- Проведите настройку макета в режим исследования связанных контуров также, аналогично тому, как это делалось в п. 2.9. Для этого установите малую связь между первым и вторым контурами ($k \approx 0.02$) и переключите вход анализатора спектра к конденсатору C_2 второго контура.
 - Установите $R_{\text{доб}} = 0$.
 - Установите регулятор емкости C_1 в положение, при котором емкость в первом контуре будет соответствовать исходному значению $C_{1н}$, установленному в п. 2.1.
- ! Изменение положения регулятора нужно для компенсации изменения исходного значения емкости первого контура после отключения анализатора спектра от конденсатора в данном контуре.
- ! Для определения нужного положения регулятора емкости C_1 нужно использовать исходное значение полной емкости первого контура $C_{1н}$, записанной при выполнении п. 2.1, и по градуировочной кривой найти положение регулятора, соответствующее этому значению.

3.6. Настройка частоты второго контура на частоту первого

- Изменяя величину ёмкости C_2 настройте собственной частоты второго контура на собственную частоту первого контура f_{01} .

! Для настройки используйте анализатор спектра и наблюдайте резонансную кривую, отображаемую на анализаторе спектра. При настройке максимум резонансной кривой должен наблюдаться на частоте f_{01} , и должен достигнуть наибольшего уровня при выполнении $f_{02} = f_{01}$.

3.7. Наблюдение формы АЧХ связанных контуров при разных коэффициентах связи

- Наблюдая на экране анализатора спектра вид АЧХ системы связанных контуров посмотрите, как меняется форма АЧХ при повороте регулятора коэффициента связи. Убедитесь что вид АЧХ изменяется от обычной резонансной кривой при малой связи (при $k < k_{кр}$) до кривой с раздвоенным резонансом при связи, большей критической (при $k > k_{кр}$). Настройте амплитудный масштаб анализатора спектра так, чтобы для всех форм АЧХ удобно отображался максимальный наблюдаемый уровень характеристики и далее не меняйте этот масштаб.
- Запишите в протокол найденное значение $k_{кр}$.

3.8. Измерение зависимости частот связи контуров от коэффициента связи

- ! Измерения частот связи проводите с помощью анализатора спектра: частоты связи соответствуют частотам максимумов частотной характеристики напряжения на конденсаторе C_2 .
- Устанавливая те же значения k , что и в п.2.14, измерьте и запишите в протокол частоты связи контуров F_1 и F_2 .

3.9. ПРИ ПОДГОТОВКЕ ОТЧЕТА Анализ измеренной зависимости частот связи от k

- Сравните значение $k_{кр}$, найденный в п. 3.7 и значение этого параметра, измеренное в п. 2.13.

– Постройте на одном графике теоретические зависимости частот связи контуров F_1 и F_2 от значения коэффициента связи k . Также на этом графике укажите и экспериментальные точки, измеренные при выполнении п. 3.8.

! Теоретическая зависимость частот связи от коэффициента связи при $k > k_{кр}$ задается выражениями:

$$F_1 = \frac{f_0}{\sqrt{1 - \sqrt{k^2 - 1/Q^2}}} \quad \text{и} \quad F_2 = \frac{f_0}{\sqrt{1 + \sqrt{k^2 - 1/Q^2}}} .$$

При построении теоретической зависимости $F_1(k)$, $F_2(k)$ следует использовать значение частоты настройки контуров $f_0 = f_{01}$, установленную при выполнении п. 3.6.

3.10. Регистрация АЧХ связанных контуров при малой связи

- Установите коэффициент связи $k = 0,01$ (режим « $k < k_{кр}$ »).
- Зарегистрируйте вид АЧХ.
- С помощью маркеров анализатора спектра определите и запишите в протокол нижнюю и верхнюю граничные частоты $f^B_{-3дБ}$ и $f^H_{-3дБ}$ по уровню 0,707 относительно максимума АЧХ, а также нижнюю и верхнюю граничные частоты $f^B_{-20дБ}$ и $f^H_{-20дБ}$ по уровню 0,1 относительно максимума АЧХ.

3.11. Регистрация АЧХ связанных контуров при критической связи

- Не меняя настройки амплитудного масштаба анализатора спектра установите коэффициент связи $k = k_{кр}$.
- Зарегистрируйте вид АЧХ.
- С помощью маркеров анализатора спектра определите и запишите в протокол граничные частоты $f^B_{-3дБ}$ и $f^H_{-3дБ}$, а также $f^B_{-20дБ}$ и $f^H_{-20дБ}$.

3.12. Регистрация АЧХ связанных контуров при "оптимальной" связи

- Не меняя настройки амплитудного масштаба анализатора спектра установите коэффициент связи, соответствующий случаю при $k = k_{\text{опт}}$.
- Запишите в протокол значение k и зарегистрируйте вид АЧХ.
- С помощью маркеров анализатора спектра определите и запишите в протокол граничные частоты $f^{\text{В}}_{-3\text{дБ}}$ и $f^{\text{Н}}_{-3\text{дБ}}$, а также $f^{\text{В}}_{-20\text{дБ}}$ и $f^{\text{Н}}_{-20\text{дБ}}$.

3.13. ПРИ ПОДГОТОВКЕ ОТЧЕТА Расчет параметров АЧХ контура

- По результатам измерений, выполненных в п.3.10, 3.11 и 3.12 для каждого режима связи ($k < k_{\text{кр}}$, $k = k_{\text{кр}}$ и $k = k_{\text{опт}}$) рассчитайте значения полос пропускания $2\Delta f_{-3\text{дБ}}$ и $2\Delta f_{-20\text{дБ}}$, а также коэффициент прямоугольности $K_{\text{П}}$ и крутизны спада частотной характеристики за полосой пропускания S аналогично тому, как это сделано в п. 3.4
 - Представьте рассчитанные значения всех указанных выше параметров в единой таблице.
 - Сравните значения $K_{\text{П}}$, а также отношения $2\Delta f_{-3\text{дБ}} \cdot Q/f_{01}$, $2\Delta f_{-20\text{дБ}} \cdot Q/f_{01}$ и $S \cdot f_{01}/Q$ с теоретическими значениями при разных k .
- ! Теоретический анализ системы двух одинаковых RLC -контуров с индуктивной связью дает следующие соотношения для параметров резонансной кривой

Параметры резонансной кривой	Режимы связи контуров		
	$k < k_{\text{кр}}$	$k = k_{\text{кр}}$	$k = k_{\text{опт}}$
$2\Delta f_{-3\text{дБ}} \cdot Q/f_{01}$	0,64	1,41	3,1
$2\Delta f_{-20\text{дБ}} \cdot Q/f_{01}$	3,0	4,46	7,26
$K_{\text{П}}$	4,69	3,15	2,34
$S \cdot f_{01}/Q$	0,51	0,4	0,29

3.14. Наблюдение подавления вынужденных колебаний в первом контуре

- Подключите вход анализатора спектра к конденсатору C_1 первого контура, как на рисунке 1.6. Ввиду переключения прибора от C_2 к C_1 подстройте

положения ручек C_1 и C_2 так, чтобы фактические значения собственных частот первого и второго контура остались такими же, как и в предыдущем пункте.

– Увеличивая коэффициент связи контуров от установленного в предыдущем пункте значения до максимально возможного, наблюдайте на анализаторе появления глубокого провала АЧХ на частоте, близкой собственной частоте второго контура f_{02} .

– Зарегистрируйте вид АЧХ при максимальной связи.

– Измерьте уровень АЧХ на частоте подавления f_n (на которой наблюдается провал АЧХ) и максимальный уровень АЧХ. Запишите результаты измерений в протокол.

3.15. Измерение зависимостей частоты подавления вынужденных колебаний в первом контуре от собственных частот контуров

– Перестраивая собственную частоту второго контура за счет изменения емкости C_2 измерьте и зафиксируйте в протоколе значения частоты подавления f_n . Измерения проведите для 5-ти – 6-ти значений во всём диапазоне перестройки C_2 .

– Установите значение C_2 , каким оно было в предыдущем пункте. Перестраивая собственную частоту первого контура за счет изменения емкости C_1 измерьте и зафиксируйте в протоколе значения частоты подавления. Измерения проведите для 5-ти – 6-ти значений во всём диапазоне перестройки C_1 .

3.16. ПРИ ПОДГОТОВКЕ ОТЧЕТА Анализ результатов измерений подавления вынужденных колебаний в первом контуре

– Приведите на рисунке зарегистрированную в п. 3.14 spectroграмму с АЧХ. Отметьте на ней частоту f_n , частоты связи F_1 и F_2 контуров, и собственные частоты первого f_{01} и второго f_{02} контуров.

-
- Рассчитайте коэффициент подавления вынужденных колебаний, который задается как отношение максимума АЧХ к минимуму на частоте $f_{\text{п}}$.
 - Постройте на одном графике зависимости частоты подавления $f_{\text{п}}$ от собственной частоты второго контура f_{02} и от собственной частоты первого контура f_{01} . Каков характер полученных зависимостей? Как зависит $f_{\text{п}}$ от f_{01} и f_{02} ? Как полученные зависимости соответствуют теоретическому описанию.
-

Литература к части II

1. А. В. Петров, А. А. Маркварт, Л. Б. Лиокумович. Отчет по лабораторной работе: рекомендации по содержанию и оформлению: учеб. пособие / А. В. Петров, А. А. Маркварт, Л. Б. Лиокумович – СПб, 2022. – 37 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Общие принципы выполнения лабораторных работ по основам радиофизики и электроники

Лабораторная работа – это практическое учебное занятие, проводимое для изучения заданного объекта и организуемое по правилам научно-экспериментального исследования с применением специального оборудования (лабораторных установок и приборов). Лабораторная работа предполагает проведение определенной последовательности действий и измерений, называемой *программой работы*. Как правило, по лабораторной работе существуют методические указания (описания), содержащие сведения о лабораторной установке, методические материалы для работы и программу работы.

Лабораторная работа является частью лабораторного практикума по учебным дисциплинам в определенной области (в данном случае это основы радиофизики и радиоэлектроники), в ходе которого студенты выполняют несколько лабораторных работ по тематике таких дисциплин. Лабораторные работы, подразумевают исследование устройств, рассматриваемых в учебных дисциплинах, и протекающих в них физических процессов.

Выполнение лабораторной работы фактически подразумевают *три основных этапа*:

1) **Первый этап** – подготовка к лабораторной работе. Этот этап выполняется студентами самостоятельно до непосредственного занятия по данной лабораторной работе (разумеется, при необходимости студенты могут обращаться с возникшими вопросами к преподавателю, ведущему лабораторные занятия, или к лектору соответствующего курса). На этом этапе студент должен внимательно изучить методические указания к лабораторной

работе и, в случае необходимости, другие материалы (материалы лекций или учебной литературы).

В результате подготовки к работе студент должен иметь базовые знания об исследуемых устройствах и протекающих в них физических процессах, необходимые для полного и корректного выполнения программы работы, а также иметь понимание того, какие параметры и зависимости будут измеряться при выполнении программы лабораторной работы и какие результаты измерений следует ожидать.

Без добросовестной подготовки к лабораторной работе студент, скорее всего, не будет допущен к выполнению измерений или не сможет выполнить программу работы в предусмотренное для этого время.

2) **Второй этап** – работа студента в учебной лаборатории во время занятия, в ходе которого студент должен выполнить действия и измерения, предусмотренные программой лабораторной работы.

Обычно в начале занятия преподаватель проводит **опрос** для проверки готовности студентов к выполнению лабораторной работы. В ходе опроса каждому студенту задаются вопросы для проверки его знаний по теме выполняемой работы и понимания студентом программы работы и ожидаемых результатов. В том случае, если студент не может ответить на вопросы, к дальнейшему выполнению работы он не допускается. При успешном прохождении допуска студент приступает непосредственно к выполнению программы лабораторной работы.

Программа лабораторной работы предусматривает выполнение ряда измерений. Полученные в ходе измерений результаты заносятся в **протокол**, а изображения осциллограмм, спектрограмм, внешнего вида собранных на макетах схем, и т.д. фиксируются в виде фотографий (или в виде файлов, сохраняемых приборами, если это предусмотрено правилами лабораторного практикума). При составлении протокола во время лабораторного занятия необходимо придерживаться следующих требований:

- все записи в протоколе выполняются ручкой, использование карандаша не допускается;
- в начале протокола должно быть читаемо и разборчиво записаны название и номер работы, дата занятия, а также ФИО студентов и номер бригады;
- вносимые в протокол данные должны быть четко структурированы в соответствии с программой лабораторной работы и быть хорошо читаемыми и понятными;
- в случае, если протокол состоит из нескольких страниц, они должны быть пронумерованы.

В протокол лабораторной работы заносятся типы использованных приборов и режимы их работы, измеренные значения и условия, при которых они получены, делаются необходимые пояснения, в т. ч. к фотографиям и сохраненным в ходе работы файлам. В конце занятия преподаватель проверяет и подписывает протокол измерений.

Таким образом, успешное завершение данного этапа предполагает успешное выполнение пунктов программы лабораторной работы, подтверждаемое преподавателем, подписавшим протокол измерений. При этом, в ходе занятия и выполнения программы лабораторной работы преподаватель может проверять содержание протокола измерений, фотографий и сохраненных файлов для уточнения корректности проведения измерений, а студент должен быть способен быстро и четко их показать. Кроме того, аналогичные обращения к протоколу измерений могут потребоваться и при обсуждении предоставленного отчета. Поэтому ***протокол измерений является ключевым документом***, характеризующим результаты лабораторного занятия, и является неотъемлемой частью отчета по лабораторной работе. Утрата каких-либо данных или плохое составление протокола измерений, не позволяющее впоследствии четко интерпретировать записанные результаты, влечет необходимость повторного выполнения соответствующих пунктов программы лабораторной работы. В случае утраты протокола измерений или проблемы

интерпретации существенной части его содержания, представленные в отчете данные считаются недействительными, и лабораторную работу необходимо выполнить заново.

3) **Третий этап** – подготовка отчета по лабораторной работе. Все полученные в ходе занятия по выполнению лабораторной работы результаты оформляются в виде **отчета по лабораторной работе** в соответствии с рекомендациями, приведенными в пособии [1]. При этом отчет по лабораторной работе *должен являться самостоятельным произведением*, смысл изложенного в отчете материала должен быть хорошо понятен любому специалисту по тематике лабораторной работы *без необходимости обращения к соответствующим методическим указаниям к данной работе*.

После составления файла с отчетом он должен быть распечатан, и бумажный экземпляр отчета предоставляется преподавателю. Преподаватель проверяет отчет и может сделать ряд замечаний, как по сути представленных результатов, так и по характеру их оформления и описания. В некоторых случаях устранение замечаний может потребовать проведение повторных измерений по каким-либо из пунктов программы лабораторной работы. В случае отсутствия замечаний по отчету или успешного их исправления преподаватель принимает отчет и ставит соответствующую утверждающую резолюцию на титульном листе.

Отчет по лабораторной работе (включающий протокол измерений), принятый преподавателем, является основным документом, характеризующий полученные студентом результаты, и позволяющим, при необходимости, подтвердить успешное выполнение лабораторной работы. В том случае, если отчет не принят, он может быть предметом рассмотрения при проведении промежуточной аттестации, работе экзаменационной комиссии, апелляциях и т. п. процедур.

Более подробно требования по составлению и оформлению отчета приведены в [1].

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Аппроксимация измеренных значений при построении графиков

Зависимости, полученные в ходе измерений при выполнении лабораторной работы, должны быть представлены в отчете в виде графиков. В большинстве случаев при измерениях регистрируются не непрерывные зависимости одной величины от другой, а дискретные пары значений двух связанных величин, которые соответствуют дискретным точкам на графике рассматриваемой зависимости. Согласно рекомендациям [1], эти точки должны быть обязательно представлены на графиках (т. н. "маркеры"). Однако в рамках анализа полученных результатов на графике обязательно должна быть проведена непрерывная линия, характеризующая полученную зависимость.

Часто при построении графиков ошибочно делается соединение полученного при измерениях набора дискретных точек прямыми линиями. Фактически это означает применение линейной *интерполяции* (в общем случае интерполяция позволяет соединить точки плавной линией, например, с использованием сплайна и других методов). Однако в подавляющем большинстве случаев применение интерполяции для построения зависимости по экспериментальным точкам является неудачным или даже неприемлемым. Измеренные значения имеют погрешность, поэтому точки на графике могут отклоняться (в т. ч. случайным образом) от истинной зависимости. Кривая, получаемая при интерполяции, проходит через точки, по которым делается интерполяция. Поэтому вместо правильной гладкой линии получается ломаная (если точки соединяются прямыми), на кривых рассматриваемой зависимости возникают паразитные колебания, ложные локальные экстремумы и т. п. артефакты.

Причина указанных негативных факторов состоит в том, что с учетом наличия погрешности измерений, непрерывная зависимость, соответствующая

измеренным точкам, не должна обязательно проходить через эти точки. Поэтому правильный способ построения на графике непрерывной линии рассматриваемой зависимости – *аппроксимация* набора полученных при измерении дискретных точек аналитической функцией некоторого вида. Такой подход позволяет не только получить адекватный вид непрерывной зависимости графика по измеренным точкам, но и позволяет провести более полный анализ полученных экспериментальных данных.

В том случае, когда теоретический вид измеренной зависимости заранее не известен, успешный подбор аппроксимирующей функции (которая хорошо соответствует экспериментальным точкам) позволяет сделать вывод о том, какой именно функцией характеризуется эта зависимость.

В том случае, когда теоретическая функция, описывающая измеренную зависимость, заранее известна (как правило, измерения во время лабораторных занятий относятся именно к этому случаю), аппроксимирующая функция позволяет оценить величину и характер отклонения измеренных точек от теоретических, что позволяет проводить более полный анализ полученных результатов.

Успешность аппроксимации связана не только с правильным выбором вида аппроксимирующей функции, но с подбором ее параметров. Универсальным и общепринятым показателем успешности аппроксимации, включая выбор параметров аппроксимирующей функции, является параметр σ - среднеквадратическое отклонение (СКО) значений функции от значений экспериментальных точек. В общем случае выражения для СКО выглядит следующим образом

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y(X_i) - Y_i(X_i))^2},$$

где $Y_i(X_i)$ - значения для экспериментальных точек, $y(X_i)$ - значения аппроксимирующей функции $y(x)$, рассчитанные для значений аргумента X_i , соответствующих экспериментальным точкам.

Существуют последовательные подходы поиска параметров

аппроксимирующей функции заданного вида для заданного набора дискретных точек, обеспечивающие минимизацию σ - т. н. метод наименьших квадратов. Однако для обработки данных в учебных лабораторных практикумах, на которые ориентировано данное пособие, не требуется изучение данного метода и не обязательно строго его применять.

Как упоминалось выше, в большинстве случаев для исследуемых в лабораторных работах зависимостей известен их аналитический вид, что должно быть учтено при построении аппроксимирующих кривых. При использовании для аппроксимации теоретических формул график будет не только отражать результат измерений, но наглядно показывать, насколько измеренные точки соответствуют теоретической зависимости с выбранными параметрами. Более того, если выбрать параметр (параметры) аппроксимирующей функции так, чтобы измеренные точки хорошо соответствовали линии этой функции, то это еще один способ оценки значений этих параметров, который может быть более достоверным, чем другие варианты. Отметим два варианта построения аппроксимирующей функции, которые могут быть использованы при подготовке отчета по лабораторной работе.

1) Ручная аппроксимация.

Данный способ подразумевает проведение аппроксимирующей функции на графике вручную. Самый тривиальный вариант - провести линию при помощи ручки или карандаша в бумажной версии отчета. Другой вариант - нанести на графике линию с использованием встроенных инструментов рисования линий Excel («Вставка - Фигуры - Кривая»).

Этот способ проведения аппроксимирующей линии позволяет показать характер рассматриваемой непрерывной зависимости (в частности, продемонстрировать понимание автором отчета того, какой характер эта зависимость имеет). Но судить о том, насколько эта кривая соответствует теории и насколько точны измерения можно только на очень грубом, "качественном" уровне.

2) Аппроксимация с использованием инструмента "линия тренда"

В программном пакете Excel есть специальный инструмент, обеспечивающий возможность проведения аппроксимации дискретных точек - "*линия тренда*". Данный инструмент автоматически подбирает коэффициенты аппроксимирующей функции, обеспечивающие наилучшее соответствие этой функции экспериментальным точкам.

Отметим, что в качестве критерия достоверности аппроксимации в Excel вместо среднеквадратического отклонения используется "коэффициент детерминации R^2 ". Данный коэффициент по своей сути является некоторой нормированной формой СКО и может принимать значения от 0 до 1, причем значение $R^2 = 1$ соответствует максимальной степени достоверности аппроксимации (т. е. нулевому значению σ), а снижение этого значения означает уменьшение достоверности аппроксимации (рост σ). Таким образом, подбор коэффициентов линии тренда в Excel осуществляется таким образом, чтобы обеспечивалось R^2 , максимально близкое к единице.

При проведении аппроксимации с использованием инструмента *линия тренда* необходимо выбрать тип функции, наиболее соответствующий типу полученной экспериментальной зависимости. Excel обеспечивает построение линии тренда на основе одной из следующих функций:

- экспоненциальная: $y(x) = e^{a \cdot x}$;
- линейная: $y(x) = a \cdot x + b$;
- логарифмическая: $y(x) = a \cdot \ln(x) + b$;
- степенная: $y(x) = a \cdot x^b$;
- полиномиальная: $y(x) = \sum_{i=0}^N a_i \cdot x^i$,

где a , b , a_i – числовые коэффициенты, автоматически подбираемые для обеспечения максимального значения R^2 , N – степень полинома (от 2 до 6).

Инструмент "линия тренда" позволяет отображать аппроксимирующую линию для заданного набора точек не только в интервале этих точек, но и строить эту линию в расширенных пределах. Для этого нужно в меню

инструмента "линия тренда" на вкладке «Прогноз» ввести числовые коэффициенты в поля «вперед на: ... периодов» и «назад на: ... периодов».

Также целесообразно использовать имеющуюся возможность отображения формулы аппроксимирующей функции (и значения R^2) на графике. Вместо отображения формулы на графике, можно указать ее в подрисуночной подписи или при описании рисунка в основном тексте.

Пример аппроксимации экспериментально измеренной зависимости напряжения $U_{\text{вых}}$ на выходе детектора значений от напряжения $U_{\text{вх}}$ на входе с помощью линии тренда приведен на рис. П2-1.

Измеренные значения $U_{\text{вых}}$ при различных $U_{\text{вх}}$ обозначены на графике круглыми синими маркерами. В качестве линии тренда (аппроксимирующей функции) выбрана линейная функция – сплошная линия на графике. Так как, согласно теории, данная зависимость должна начинаться в точке (0, 0), для получения физически корректной линии тренда было задано пересечение линии тренда с осью Y в точке 0.0 (опция «установить пересечение»). Коэффициент линии тренда (определяющий наклон прямой) был подобран Excel автоматически для получения максимально близкого к единице параметра достоверности аппроксимации R^2 .

Инструмент "линия тренда" является достаточно удобным для построения аппроксимирующей линии, однако он может быть успешно применен только в том случае, когда вид экспериментальной зависимости соответствует одной из функций, доступных в инструменте "линия тренда" (в примере выше из теории известно, что зависимость средневывпрямленного значения напряжения от амплитудного является линейной функцией). Когда экспериментальный набор точек не соответствует ни одной из предусмотренных функций, данный метод не может быть успешно применен для аппроксимации.

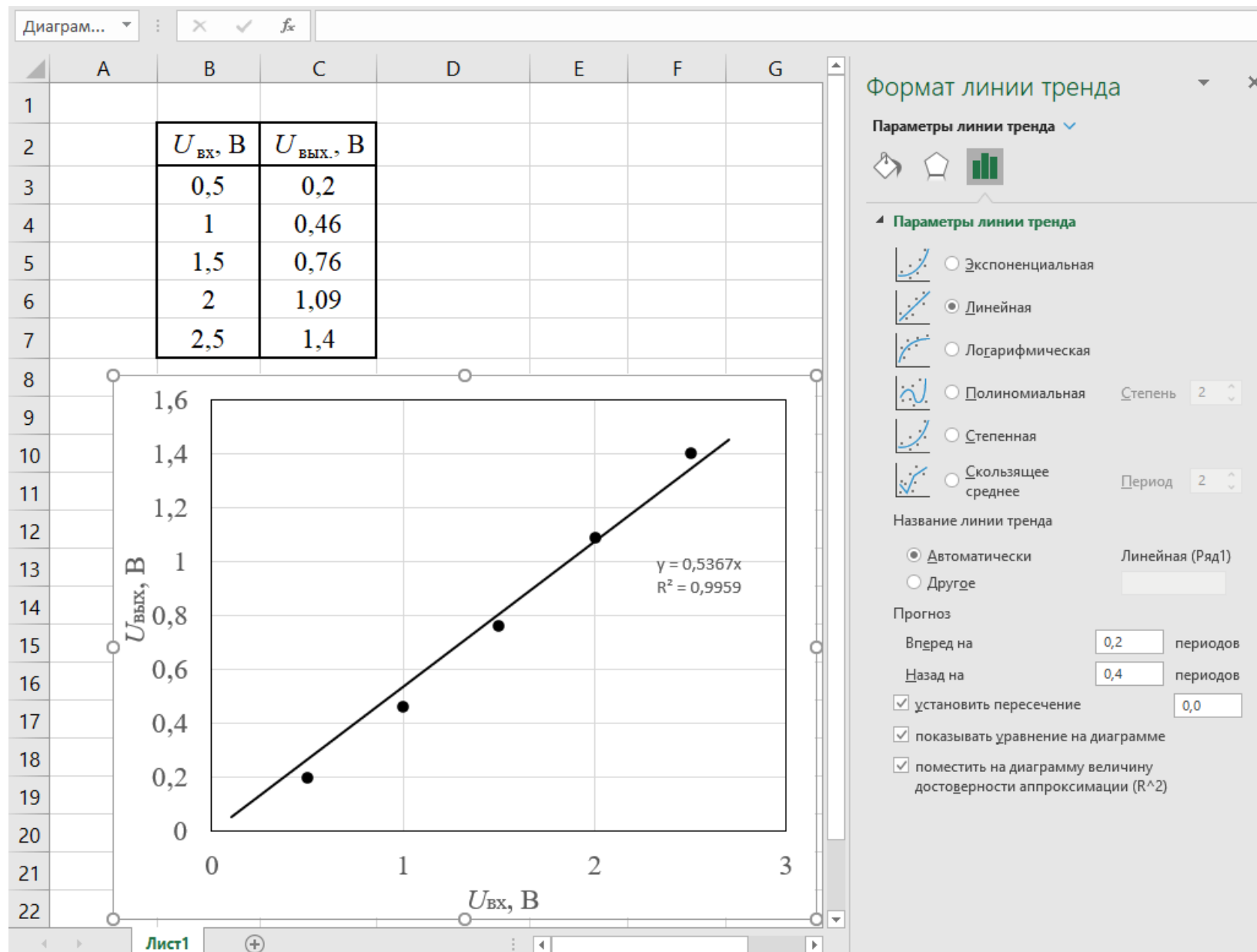


Рис. П2-1. Фрагмент листа в Excel, иллюстрирующий построение линии тренда по экспериментальным данным

Отметим, что даже если при использовании инструмента «линия тренда» удастся подобрать аппроксимирующую функцию так, что рассматриваемые точки визуально соответствуют линии тренда, но при этом данная функция совершенно не соответствует ожидаемой теоретической зависимости, то такая аппроксимация, вообще говоря, не позволяет четко судить о соответствии измеренных точек теории, из чего следует, что данная аппроксимация не позволит сделать достаточно полные выводы о соответствии полученных экспериментальных результатов теоретической зависимости. Поэтому если теоретическая формула, описывающая рассматриваемую зависимость известна, но не совпадает ни с одной из функций инструмента "линия тренда" – следует использовать метод аппроксимации по известной функции, описанный в [1].

1. *А. В. Петров, А. А. Маркварт, Л. Б. Лиокумович. Отчет по лабораторной работе: рекомендации по содержанию и оформлению: учеб. пособие / А. В. Петров, А. А. Маркварт, Л. Б. Лиокумович – СПб, 2022. – 37 с.*