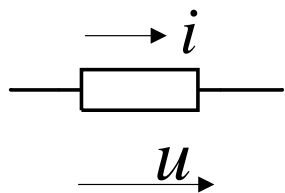


1.3 Идеализированные пассивные элементы цепи: сопротивление, емкость, индуктивность

Идеальный элемент наделяется только основным свойством реального элемента, а второстепенные свойства отбрасываются

1. **Сопротивление** - идеализированный элемент, в котором происходит процесс поглощения электрической энергии. Отсутствуют обратимые процессы накопления энергии.

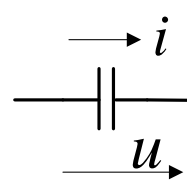


Закон Ома: $u = ri$, $i = gu$, $r = 1/g$

$p = ui = ri^2 = gu^2 \geq 0$ - мгновенная мощность

$W_{0 \rightarrow t_1} = \int_0^{t_1} uidt = r \int_0^{t_1} i^2 dt = g \int_0^{t_1} u^2 dt \geq 0$ - энергия, поглощенная сопротивлением

2. **Емкость** — идеальный двухполюсный элемент, в котором происходит только накопление энергии электрического поля, а необратимые потери энергии и ее накопление магнитным полем отсутствуют.



$$q = Cu \quad i = C \frac{du}{dt} \quad u(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i dt' + u(0)$$

При конечной величине i заряд q меняется непрерывно (не может иметь скачков).

$$p = Cu \frac{du}{dt} \text{ - мгновенная мощность}$$

Если $|u|$ растёт (ёмкость заряжается), то $p > 0$.

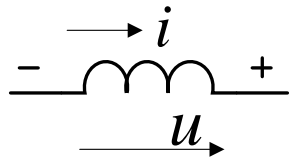
Если $|u|$ убывает (ёмкость разряжается), то $p < 0$. Энергия, накопленная электрическим полем, отдается во внешнюю цепь

$$\int_{t_1}^{t_2} p dt = C \int_{u(t_1)}^{u(t_2)} u du = \frac{Cu^2(t_2)}{2} - \frac{Cu^2(t_1)}{2} = W_C(t_2) - W_C(t_1) \text{ - приращение энергии}$$

3. Индуктивность — идеальный двухполюсный элемент, в котором накапливается энергия магнитного поля.

ψ - потокосцепление самоиндукции (величина магнитного потока через весь контур, обтекаемый током данного элемента).

Закон электромагнитной индукции: всякое изменение магнитного потока приводит к возникновению вихревого электрического поля и появлению на зажимах электродвижущей силы самоиндукции:



$$e = -\frac{d\psi}{dt}$$

$$\psi = Li$$

$$e = -L\frac{di}{dt}$$

ЭДС противодействует изменению тока

Напряжение на индуктивности при том же направлении

отсчета равно $u = -e = L\frac{di}{dt}$

При конечной величине напряжения ток через индуктивность изменяется непрерывно (без скачков).

$$i(t) = \frac{1}{L} \int_0^t u dt' + i(0) \quad \text{- ток через индуктивность}$$

$$p = Li \frac{di}{dt} \quad \text{- мощность, запасаемая индуктивностью}$$

Если $|i|$ растет, то $p > 0$, энергия магнитного поля накапливается.

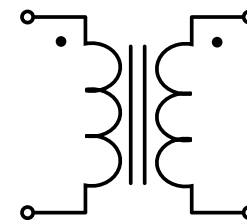
Если $|i|$ уменьшается, то $p < 0$, накопленная энергия отдается в цепь.

$$\int_{t_1}^{t_2} p dt = L \int_{i(t_1)}^{i(t_2)} i di = \frac{Li^2(t_2)}{2} - \frac{Li^2(t_1)}{2} = W_L(t_2) - W_L(t_1) \quad \text{-приращение накопленной энергии}$$

$$W_L = \frac{Li^2(t)}{2} \quad \text{энергия магнитного поля, запасенная в момент } t$$

$$W_L \geq 0 \quad \text{всегда}$$

4. Индуктивно связанные элементы. Магнитное поле в каждом элементе создается не только током самого этого элемента, но и током другого элемента.



$\psi_1 = \psi_{11} + \psi_{12}$ -потокосцепление 1 -го элемента

$\psi_{11} = L i_1$ -потокосцепление самоиндукции первого элемента

$\psi_{12} = M_{12} i_2$ -потокосцепление первого элемента, обусловленное током во втором элементе.

$\psi_2 = \psi_{22} + \psi_{21}$ -потокосцепление 2 -го элемента

$\psi_{22} = L_2 i_2$ -потокосцепление самоиндукции второго элемента

$\psi_{21} = M_{21} i_1$ -потокосцепление второго элемента, обусловленное током в первом элементе.

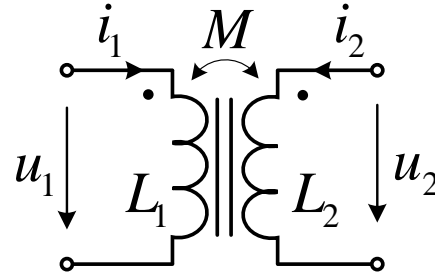
$M_{12} = M_{21} = M$ -коэффициент взаимной индукции (взаимная индуктивность)

Знак M зависит от направлений отсчета токов i_1 и i_2

Связь между токами и напряжениями

$$u_2 = M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt}$$

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$



Знак M зависит от направлений отсчета токов

Пусть в начальный момент времени токи равны нулю, а в момент времени t равны i_1 , i_2 и создают магнитное поле.

$W = \int_0^t (u_1 i_1 + u_2 i_2) dt = \dots$ - энергия, которую необходимо затратить

$$\dots = L_1 \int_{i_1(0)}^{i_1(t)} i_1 di_1 + L_2 \int_{i_2(0)}^{i_2(t)} i_2 di_2 + M \left(\int_{i_2(0)}^{i_2(t)} i_1 di_2 + \int_{i_1(0)}^{i_1(t)} i_2 di_1 \right) =$$

$$= \frac{L_1 i_1^2}{2} + \frac{L_2 i_2^2}{2} + M \left(i_1 \cdot i_2 - \int_{i_1(0)}^{i_1(t)} i_2 di_1 + \int_{i_1(0)}^{i_1(t)} i_2 di_1 \right) = \frac{L_1 i_1^2}{2} + \frac{L_2 i_2^2}{2} + M i_1 \cdot i_2$$

Токи i_1 и i_2 зависят друг от друга через магнитную связь, а значит

$$\int_{i_1(0)}^{i_1(t)} i_2 di_1 \neq i_2 \int_{i_1(0)}^{i_1(t)} di_1$$

Выносить ток из под знака интеграла - нельзя

Итак, затраченная энергия:

$$W = \int_0^t (u_1 i_1 + u_2 i_2) dt = \frac{L_1 i_1^2}{2} + \frac{L_2 i_2^2}{2} + M i_1 i_2$$

Обозначим $x = \frac{i_1}{i_2}$

Тогда неравенство $W \geq 0$ $L_1 x^2 + 2Mx + L_2 \geq 0$

Дискриминант квадратичного полинома не положителен:

$$M^2 - L_1 L_2 \leq 0 \quad M \leq \sqrt{L_1 L_2} \quad \text{и} \quad |M| \leq \frac{(L_1 + L_2)}{2}$$

$k_m = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$ - коэффициент магнитной связи

связь отсутствует $k_m = 0$, связь максимальна $k_m = 1$

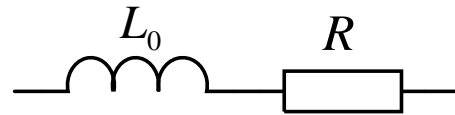
1.4. Реальные пассивные элементы цепей и их схемы замещения

Схема замещения - схема из идеальных элементов, используемая для описания свойств реального элемента.

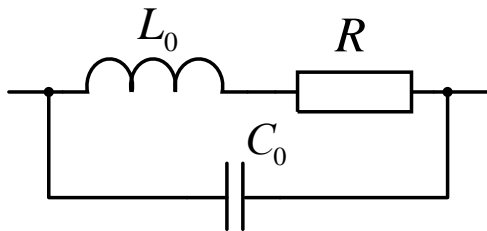
1. Резистор Основной параметр R - сопротивление

На высоких частотах:

а) Протекающий ток создает также и магнитное поле, хотя и небольшое, изменение которого вызывает появление ЭДС индукции

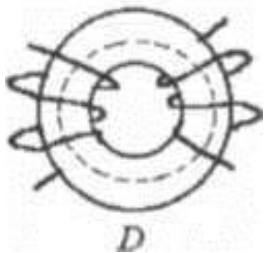


б) Токи смещения между выводами резистора, так как между ними существует переменное электрическое поле



L_0 и C_0 - паразитные параметры

2. Катушка индуктивности. Основной параметр L - индуктивность



μ - относительная магнитная проницаемость среды внутри тороида

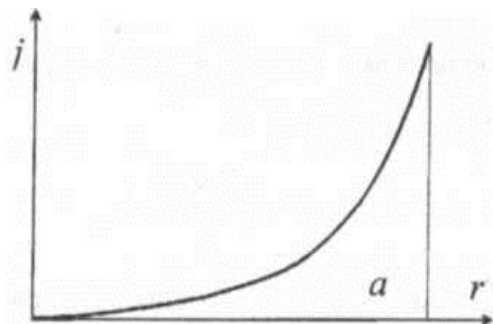
$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$$

S - площадь поперечного сечения кольца

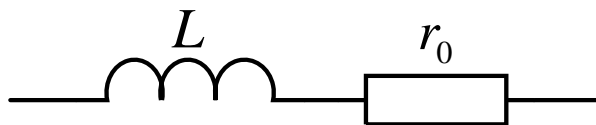
l - средняя длина силовой линии

$$L = \frac{\mu\mu_0 SN^2}{l}$$

Поверхностный эффект (скин-эффект): плотность тока на высоких частотах максимальна вблизи поверхности и минимальна на оси провода:

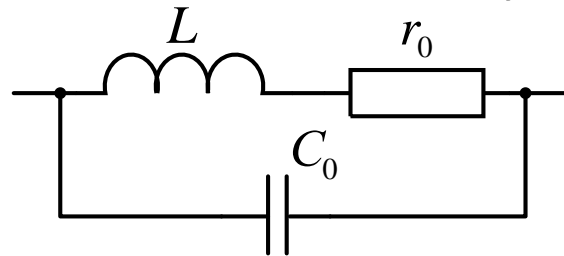


$$j|_{r=a} \sim \sqrt{f}$$

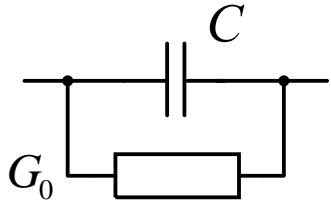


На высоких частотах заметны токи смещения между витками катушки

r_0 и C_0 - паразитные параметры



3. Конденсатор. Основной параметр C - емкость

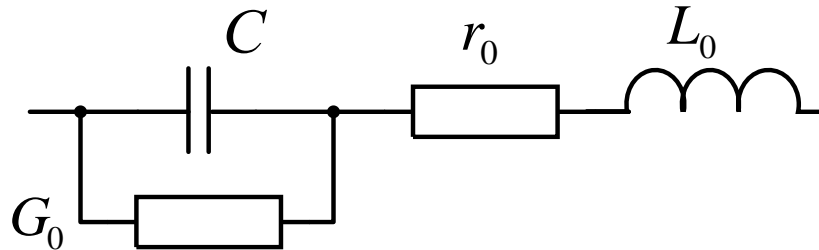


G_0 - проводимость утечки, учитывает потери энергии в диэлектрике.

Существенно зависит от частоты.

r_0 - потери в обкладках конденсатора

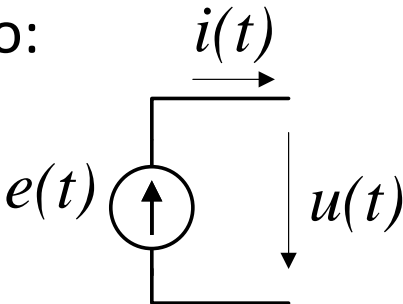
L_0 - индуктивности обкладок конденсатора



Рассмотренные схемы замещения обеспечивают описание реальных элементов всегда с некоторым приближением. Усложняя схему, можно добиться более точного описания, но при этом усложняется анализ цепи.

1.5 Источники тока и напряжения

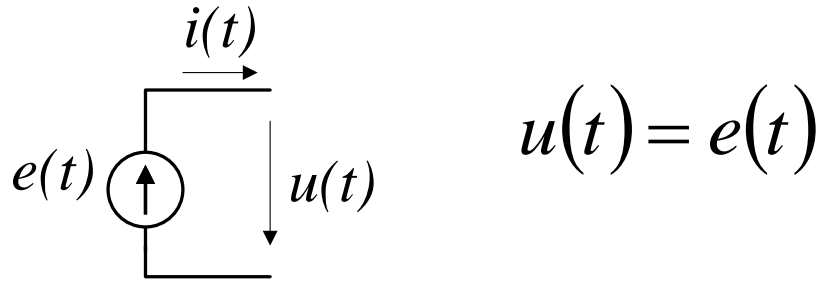
1. Идеальный источник напряжения (ЭДС) или генератор ЭДС - двухполюсный активный элемент, напряжение на котором не зависит от тока, протекающего через него:

$$u(t)|_{i \neq 0} = u_{xx}(t)|_{i=0}$$


Внутри источника под действием сторонних сил положительные заряды движутся от «-» к «+», а отрицательные — в обратном направлении.

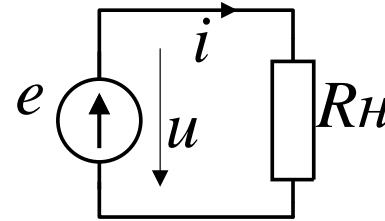
Электродвижущая сила (ЭДС) - величина, численно равная работе, совершаемой сторонними силами по переносу единичного положительного заряда внутри источника. Направлена от «-» к «+». Во внешней цепи ток направлен от «+» к «-», работа по перемещению единичного положительного заряда между зажимами равна напряжению, которое отсчитывается от «+» к «-».

Энергия, полученная цепью, равна работе сторонних сил.

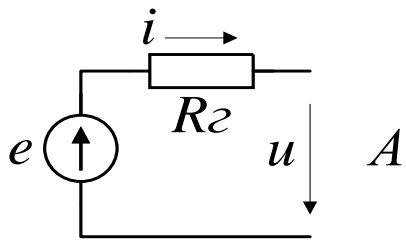


Идеальный источник напряжения может развивать бесконечную мощность, поскольку величина тока не ограничена.

$$p = ui = \frac{u^2}{R_n} \rightarrow \infty \quad \text{при} \quad R_n \rightarrow 0$$

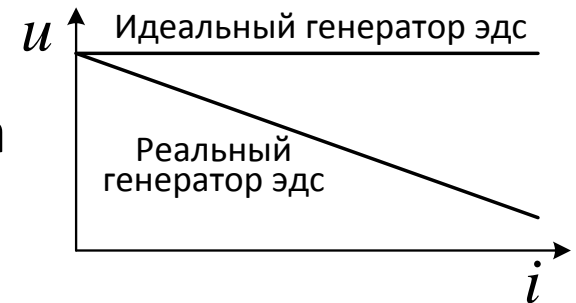


Реальный источник:



R_2 - «внутреннее»
сопротивление генератора

$$u = e - R_2 i$$



Мощность конечна при любой нагрузке. Схема замещения справедлива для любой внешней цепи.

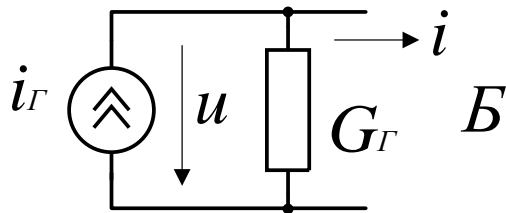
2. Идеальный источник тока, или генератор тока, — активный двухполюсный элемент, ток через который не зависит от напряжения на его зажимах.

$$i_{\Gamma}(t)|_{u \neq 0} = i_{\text{кз}}(t)|_{u=0} \text{ ток короткого замыкания}$$

Идеальный генератор тока способен развивать бесконечную мощность

$$p = ui = R_H i^2 \rightarrow \infty \text{ при } R_H \rightarrow \infty$$

Реальный источник тока

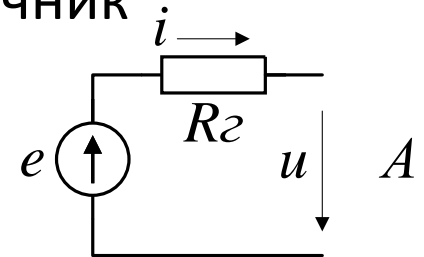


$$i = -G_{\Gamma} u + i_{\Gamma}$$

$$u = \frac{i_{\Gamma}}{G_{\Gamma}} - \frac{i}{G_{\Gamma}}$$

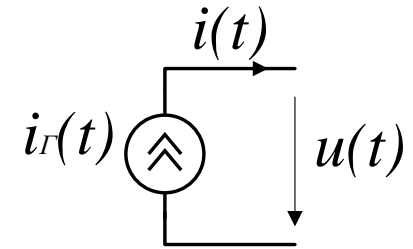
Реальный источник напряжения

$$u = e - R_2 i$$



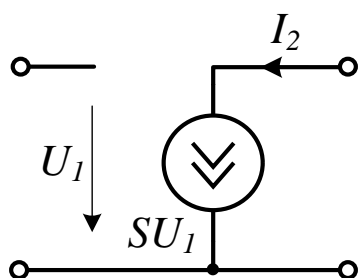
Преобразование источников тока и напряжения: обе схемы А и Б эквивалентны по отношению к внешней цепи, если выполняется условие

$$G_{\Gamma} = \frac{1}{R_2} \quad i_{\Gamma} = \frac{e}{R_2}$$

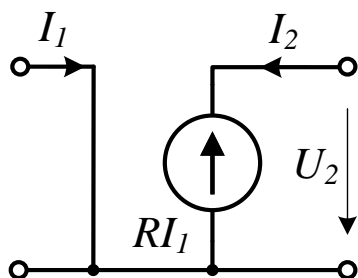


3. Зависимые (неавтономные) источники тока и напряжения

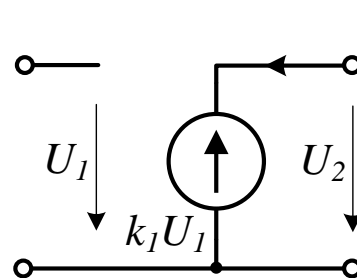
ЭДС (или ток) зависимого источника может быть пропорциональна току или напряжению в каком-то другом участке цепи, т.е. управляться величиной этого тока (напряжения).



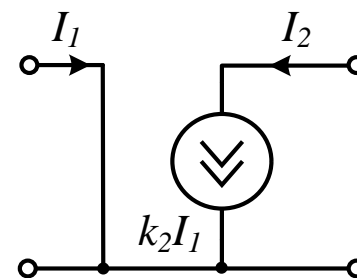
ИТУН



ИНУТ



ИНУН



ИТУТ

Пример эквивалентной схемы транзистора

