4.13. Свойства передаточной функции цепи.

$s_1(t)$ — внешнее воздействие на цепь, $s_2(t)$ — отклик цепи на это воздействие.

$$S_2(\omega) = K(j\omega)S_1(\omega)$$

$K(j\omega)$ - частотный коэффициент передачи

Перейдем с числовой оси ω на плоскость комплексного переменного $p=\sigma+j\omega$ (комплексная частота).

$K(p)$ - операторный коэффициент передачи

$$K(p) = \int_0^\infty k(t)e^{-pt}dt$$

$k(t)$ - импульсная характеристика цепи

Функции $K(j\omega)$ и $K(p)$ являются соответственно преобразованиями Фурье и Лапласа импульсной характеристики $k(t)$ (ИХ).

$s_1(t) = 0$ при $t < 0$ и начальные условия нулевые —>

$$\hat{S}_2(p) = K(p)\hat{S}_1(p)$$

Общие свойства функции $K(p)$:

1) $k(t)$ — вещественная —> $K(p^*)=K^*(p)$.

Модуль K и $\mathrm{Re}(K)$ - четные функции ω,

$\arg(K)$ и $\mathrm{Im}(K)$ - нечетные функции ω.

2) $K(p)$ аналитична на всей плоскости за исключением конечного или счетного множества особых точек.

3) Если цепь пассивна и обладает потерями, то все особые точки $K(p)$ лежат левее мнимой оси: $\mathrm{Re}(p)<0$. В случае чисто реактивной цепи без потерь $K(p)$ может иметь особые точки на самой мнимой оси.

Дальнейшие свойства относятся только к цепям с сосредоточенными параметрами.

4) $K(p)$ является рациональной функцией, т.е. дробью вида

$$K(p)=\frac{A(p)}{B(p)}$$

где $A(p)$, $B(p)$ — полиномы с вещественными коэффициентами.

Все особые точки $K(p)$ — полюсы, они равны корням знаменателя $B(p)$, число их конечно. Все особые точки вещественны или образуют комплексно сопряженные пары.
У пассивной цепи все полюсы располагаются в левой полуплоскости p или на мнимой оси.

5) При $p \to \infty$ $K(p)$ или ограничена, или растет как p, т.е. степень числителя $A(p)$ не может превышать степень знаменателя $B(p)$ более чем на единицу.

6) Функция $K(p)$ определяется расположением своих нулей и полюсов на комплексной плоскости.
Все полюсы — это комплексные частоты свободных колебаний. При возбуждении свободного колебания $e^{p_i t}$ в любом участке цепи оно будет наблюдаться во всей цепи (исключение составляют некоторые особые случаи). Входной импульс $\delta(t)$ имеет бесконечно широкий спектр частот, поэтому отклик $k(t)$ будет содержать сумму всех свободных колебаний.

Нули - частоты бесконечного затухания (колебание не проходит на выход цепи).

7) Поскольку $z(p)=1/y(p)$, то нули $z(p)$ являются полюсами $y(p)$, и наоборот. Но все полюсы лежат в левой полуплоскости, значит, и нули тоже — в левой полуплоскости. Кроме того, степени $A(p)$ и $B(p)$ либо равны, либо отличаются ровно на 1.

8) Мощность, потребляемая пассивной цепью в режиме гармонических колебаний, не может быть отрицательной, отсюда $\mathrm{Re}(z(j\omega))>0$, $\mathrm{Re}(y(j\omega))>0$.

9) Реактансная теорема (теорема Фостера).

Если двухполюсник чисто реактивный (без потерь), то $\mathrm{Re}(z(j\omega))=0$, $\mathrm{Re}(y(j\omega))=0$

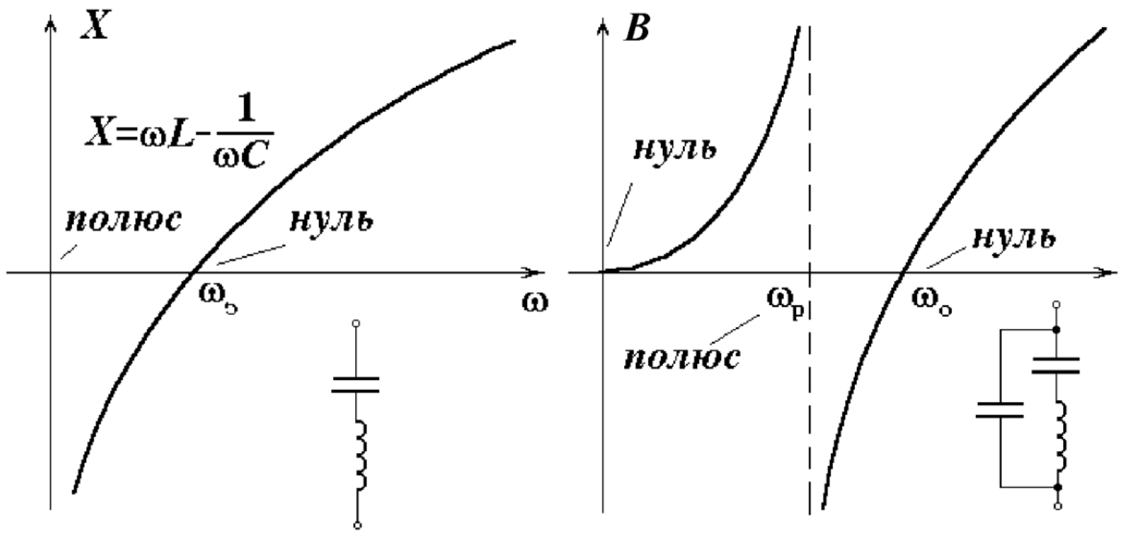
$z(j\omega)=jx(j\omega)$, причем $x(j\omega)$ — нечетная функция, следовательно, $|m-n|=1$ (степени числителя и знаменателя всегда отличаются ровно на единицу). Отсюда вытекает, что $p=0$ является либо нулем, либо полюсом $z(p)$. То же и для $y(p)$.

Проводимость чисто реактивного двухполюсника: $y(j\omega) = jb(j\omega)$

Теорема Фостера: Если двухполюсник чисто реактивный (без потерь), то на мнимой оси во всех точках непрерывности

$$\frac{\partial x}{\partial \omega} > 0 \qquad \frac{\partial b}{\partial \omega} > 0$$

—> нули и полюса чередуются.



4.14. Переходные процессы в электрических цепях.

К **стационарным режимам** относят установившиеся процессы, имеющие регулярный характер, в частности, периодические колебания, а также режим покоя, когда все токи и напряжения постоянны во времени.

Изменение колебательного режима или состояния покоя происходит при подключении к цепи или отключении от нее источников, а также при всевозможных переключениях внутри самой схемы.

Переходные процессы наблюдаются при переходе от одного стационарного режима к другому.

Решение уравнений в новом стационарном состоянии будет представлять собой сумму вынужденного и свободного колебаний $s(t) = s_{вын}(t) + s_{св}(t)$

$s_{св}(t)$ необходимо, чтобы удовлетворить начальным условиям.

Начальные условия $u_C(+0)=u_C(-0)$ и $i_L(+0)=i_L(-0)$

Для всех конденсаторов цепи должны быть найдены решения для напряжения, для всех индуктивностей – для тока. Только располагая такими решениями можно применить начальные условия.

Наиболее удобный аппарат для анализа переходных процессов — преобразование Лапласа. При использовании преобразования Лапласа появляется возможность получить одно уравнение для искомой величины (выходного тока или напряжения), в котором будут учтены начальные условия сразу на всех реактивных элементах.

Переходные процессы играют большую роль в устройствах импульсной и цифровой техники, поскольку их длительность определяет быстродействие этих устройств.