

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ**  
**ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО**

На правах рукописи

**Нгуен Нгок Тан**



**СНИЖЕНИЕ ПИК-ФАКТОРА НЕОРТОГОНАЛЬНЫХ**  
**МНОГОЧАСТОТНЫХ СИГНАЛОВ ПУТЕМ ДОБАВЛЕНИЯ**  
**КОРРЕКТИРУЮЩИХ ПОДНЕСУЩИХ**

**Специальность: 05.12.04 – Радиотехника, в том числе системы и устрой-**  
**ства телевидения**

**Диссертации на соискание ученой степени**  
**кандидата технических наук**

**Научный руководитель – Рашич Андрей Валерьевич**  
**кандидат технических наук**

**Санкт-Петербург**  
**2018**

## Содержание

Список сокращений.....	4
Список условных обозначений .....	5
Введение .....	6
1. Пик-фактор многочастотных сигналов .....	16
1.1. Многочастотные сигналы с ортогональным и неортогональным частотным уплотнением .....	16
1.2. Пик-фактор SEFDM-сигналов .....	21
1.3. Обзор традиционных методов снижения пик-фактора многочастотных сигналов.....	23
1.3.1. Клиппирование .....	24
1.3.2. Selective Mapping (SLM).....	26
1.3.3. Partial Transmit Sequence (PTS).....	27
1.3.4. Tone Reservation (TR).....	29
1.4. Цель работы и постановка задач исследований.....	29
2. Расчет пик-фактора многочастотных сигналов .....	31
2.1. Методика расчета пик-фактора.....	31
2.2. Методика расчета выборочных среднего и дисперсии пик-фактора многочастотных сигналов .....	33
2.3. Определение коэффициента передискретизации и размера выборки для корректного расчета пик-фактора .....	35
2.4. Описание разработанной имитационной модели для расчета вероятностных характеристик пик-фактора многочастотных сигналов .....	39
2.5. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины пик- фактора SEFDM-сигналов .....	43
2.6. Выборочное среднее многочастотных сигналов. Результаты имитационного моделирования .....	53
2.7. Выводы по разделу 2.....	57
3. Снижение пик-фактора многочастотных сигналов .....	59

3.1. Описание разработанного метода снижения пик-фактора .....	59
3.2. Анализ вычислительной сложности предложенного алгоритма .....	67
3.3. Результаты имитационного моделирования.....	68
3.4. Выводы по разделу 3.....	74
4. Реализация формирователя SEFDM-сигналов с пониженным значением пик-фактора в ПЛИС .....	75
4.1. Реализация алгоритма снижения пик-фактора в ПЛИС .....	75
4.2. Архитектура реализованного в ПЛИС алгоритма снижения пик-фактора .....	76
4.3. Сравнение разработанного алгоритма с алгоритмом снижения пик-фактора на основе Tone Reservation стандарта DVB-T2 .....	81
4.4. Выводы по разделу 4.....	83
5. Экспериментальное исследование разработанного алгоритма снижения пик-фактора .....	84
5.1. Описание экспериментальной установки .....	84
5.2. Результаты экспериментальных исследований.....	85
5.3. Выводы по разделу 5.....	88
Заключение.....	90
Список литературы.....	95
Приложение 1. Исходный код программы разработанного алгоритма снижения пик-фактора SEFDM-сигналов.....	99

## Список сокращений

АБГШ	Аддитивный белый гауссовский шум
АЦП	Аналого-цифровой преобразователь
БПФ	Быстрое преобразование Фурье
ДПФ	Дискретное преобразование Фурье
ОБПФ	Обратное быстрое преобразование Фурье
ОДПФ	Обратное дискретное преобразование Фурье
ПЗУ	Постоянное запоминающее устройство
ПЛИС	Программируемая логическая интегральная схема
ЦАП	Цифро-аналоговый преобразователь
ASK	Amplitude Shift Keying
BCJR	Bahl, Cocke, Jelinek, Raviv
BPSK	Binary phase-shift keying
MAP	Maximum a posteriori probability
OFDM	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
QPSK	Quadrature phase-shift keying
QAM	Quadrature amplitude modulation
SEFDM	Spectrally Efficient Frequency Division Multiplexing

## Список условных обозначений

- $C$  комплексный манипуляционный символ
- $C^{res}$  комплексный манипуляционный символ на резервированных поднесущих
- $D$  дисперсия
- $E$  математическое ожидание
- $F_s$  частота дискретизации
- $I$  число попыток перебора
- $M$  объем алфавита
- $N, N_{FFT}, M_{FFT}$  число поднесущих и размерность (О)БПФ
- $N_{used}$  количество используемых поднесущих
- $N_{зл}$  количество неиспользуемых поднесущих в защитном интервале слева
- $N_{зп}$  количество неиспользуемых поднесущих в защитном интервале справа
- $P_{avg}$  средняя мощность сигнала
- $s'_i$  дискретная запись FDM-символа, прореженного нулями
- $s_A$  аналоговая запись FDM-символа
- $s_D, s_i$  дискретная запись FDM-символа
- $s^{red}$  дискретная запись FDM-символа со сниженным пик-фактором
- $s^{res}$  дискретная запись FDM-символа компоненты резервированных поднесущих
- $T$  длительность FDM-символа
- $\alpha$  коэффициент уплотнения
- $\Delta f$  разнос между поднесущими частотами
- $\Delta f_{orth}$  разнос между ортогональными поднесущими частотами
- $\Pi$  пик-фактор FDM-символа
- $\omega_n$   $n$ -ая поднесущая циклическая частота

## Введение

### Актуальность темы диссертации

Многочастотные сигналы с ортогональным частотным уплотнением (OFDM, Orthogonal Frequency Devision Multiplexing) в настоящее время широко применяются в таких системах, как Wi-Fi, WiMAX, LTE, DVB-T2, DAB, DRM, в нисходящем канале 4G LTE и т.д. благодаря повышенной помехоустойчивости приема в каналах с многолучевым распространением [1-3] с учетом вычислительной сложности эквалайзеров. При этом в связи со значительным истощением частотного ресурса для беспроводных телекоммуникационных систем в диапазонах частот ниже 5 ГГц актуализировалась задача повышения спектральной эффективности таких сигналов. Поэтому в настоящее время ведутся активные исследования и разработка перспективных систем сигналов для сетей связи пятого (5G) и следующих поколений. В качестве одной из альтернатив OFDM-сигналам в этих сетях рассматриваются многочастотные сигналы с неортогональным частотным уплотнением (SEFDM, Spectrally Efficient Frequency Devision Multiplexing), разновидность FTN-сигналов (Faster-Than-Nyquist). Такие сигналы формируются из ортогональных сигналов путем снижения разноса между поднесущими частотами в  $1/\alpha$  раз, где  $\alpha$  – коэффициент частотного уплотнения поднесущих частот, тем самым значительно повышая спектральную эффективность [4].

Общим недостатком как OFDM-, так и SEFDM-сигналов является высокий пик-фактор и, как следствие, значительное недоиспользование выходных усилителей по мощности [4]. В портативных приемо-передающих устройствах высокое значение пик-фактора (5–10 дБ) вызывает ограничение по амплитуде сигнала на выходе передатчика и, как следствие, увеличение уровня внеполосных излучений [4, 5], что приводит к необходимости снижения средней мощности излучаемого сигнала и, как следствие, снижению помехоустойчивости приема. На сегодняшний день пик-фактор OFDM-сигналов хорошо изучен, предложено большое количество различных методов для его снижения [5, 6]. Однако эти методы имеют либо большую вычислительную сложность, либо мало эффективны для

числа поднесущих частот, больших 200. Алгоритмы снижения пик-фактора описываются в работах в работах M. Rodrigues, I. Darwazeh, D. Li, I. Kanaras, C. B. Завьялова, Д.К. Фадеева, S. Ahmed и др. В свою очередь пик-фактор SEFDM-сигналов в существующих работах рассмотрен в ограниченном объеме: отсутствует анализ пик-фактора SEFDM-сигналов в зависимости от коэффициента уплотнения для используемых в современных беспроводных широкополосных системах методов манипуляции и количества поднесущих. Кроме того, в существующих работах не рассмотрены «тонкие» особенности SEFDM-сигналов, связанные с их формированием и приемом.

Важно отметить, что пик-фактор многочастотного сигнала является случайной величиной, его значения меняются в зависимости от конкретных значений модуляционных символов поднесущих, которые применяются в данном символе. Возможны комбинации модуляционных символов, когда все или почти все сигналы на поднесущих складываются синфазно в какой-либо момент времени, что приводит к чрезвычайно высокому значению пик-фактора (десятки дБ). Также возможны комбинации модуляционных символов, когда пик-фактор символа будет относительно низким. Тем не менее, вероятность таких событий крайне невысока, а большая часть значений пик-фактора близка к выборочному среднему [28]. С другой стороны, количество различных комбинаций модуляционных символов является степенной функцией от числа поднесущих и при их большом количестве (более 100) перебор всех возможных символов для расчета среднего значения пик-фактора за приемлемое для получения результатов моделирования время невозможно на современной и перспективной элементной базе. При этом при анализе методов снижения пик-фактора рассматривается в первую очередь снижение именно его среднего (выборочного среднего) значения [27-28].

При разработке различных методов снижения пик-фактора его расчет выполняется непосредственно по временным отсчетам символа на исходной частоте дискретизации [5-6]. Но пик-фактор непрерывного сигнала, восстановлен-

ного из этих отсчетов будет отличаться от пик-фактора, посчитанного по отсчетам. Как показано в настоящей работе отклонение может составлять до 1 дБ, что делает результаты анализа алгоритмов снижения пик-фактора некорректными [27].

Это значит, что при сравнении различных методов снижения пик-фактора, а также при анализе пик-фактора многочастотных сигналов совместно с усилителями мощности важно корректно рассчитывать значения пик-фактора относительно простыми с вычислительной точки зрения методами.

Из-за сходства двух систем сигналов – OFDM и SEFDM – существующие для OFDM-сигналов методы снижения пик-фактора могут быть также применены и для SEFDM-сигналов. В [11] рассмотрены такие известные [5-6] методы снижения пик-фактора OFDM-сигналов, как методы частично передаваемой последовательности (Partial Transmit Sequence, PTS) и выборочного отображения (Selective Mapping, SLM) применительно к SEFDM-сигналам. Указанные методы показали снижение пик-фактора на 2–3 дБ для малого числа поднесущих (менее 200). Также в [11] предложен метод снижения пик-фактора на основе скользящего окна (SLW, Sliding Window), разработанного специально для SEFDM-сигналов. Перечисленные методы либо не эффективны для случая большого числа поднесущих (больше 200), либо имеют большую вычислительную сложность. Отметим, что эти методы требуют передачи сторонней информации об операциях, произведенных передатчиком.

Особый интерес для снижения пик-фактора SEFDM-сигналов представляет другой класс методов, не требующих передачи сторонней информации. В соответствии с [12] для снижения пик-фактора может быть использован метод резервирования поднесущих (Tone Reservation, TR), основанный на расширении спектра путем добавления поднесущих, от значений комплексных амплитуд которых зависит величина снижения пик-фактора. Расширение спектра в случае 32 добавленных поднесущих для систем, использующих порядка 1000 информационных поднесущих, составляет около 3%, при среднем снижении пик-фактора на

1,6 дБ и больше. Данный метод не требует передачи сторонней информации приемнику о произведенных операциях; добавленные поднесущие в общем случае на приеме игнорируются. Недостатком этого метода является его значительная вычислительная сложность для случая большого числа поднесущих в сигнале, обусловленная необходимостью большого числа итераций при переборе комбинаций комплексных амплитуд и поиске наилучшей, которая дает наибольшее снижение пик-фактора.

Отдельное внимание при снижении пик-фактора многочастотных сигналов необходимо уделять схеме формирования таких сигналов. Поскольку для формирования OFDM- и SEFDM-сигналов используются алгоритмы быстрого обратного преобразования Фурье (ОБПФ) [10], то для формирования многочастотных сигналов с пониженным значением пик-фактора важно сохранить такой подход, обеспечив эффективное повторное использование результатов ОБПФ при поиске символа с пониженным пик-фактором, или применяя ОБПФ с пониженной размерностью.

В общем случае для нахождения комплексных амплитуд добавленных поднесущих решаются оптимизационные задачи, имеющие высокую вычислительную сложность, затрудняющую их реализацию на основе современной программируемой элементной базы (например, на основе программируемых логических интегральных схем (ПЛИС), и цифровых процессоров обработки сигналов (ЦПОС).

Таким образом, актуальной является проблема анализа величины пик-фактора многочастотных сигналов с ортогональным и неортогональным частотным уплотнением и его снижения при большом числе поднесущих (порядка 100-10000).

**Объектом исследования** в работе являются сигналы с неортогональным частотным уплотнением (SEFDM-сигналы) и методы снижения их пик-фактора.

**Предметом исследования** является величина пик-фактора SEFDM-сигналов в беспроводных системах передачи данных при заданных методах модуляции, количестве поднесущих и коэффициенте уплотнения.

**Целью работы** является снижение пик-фактора неортогональных многочастотных сигналов путем применения распределенных по частоте корректирующих поднесущих при количестве поднесущих частот в сигнале порядков  $10^2 \dots 10^4$ .

Для достижения данной цели в работе поставлены следующие **задачи**:

1. Разработка методики расчета пик-фактора неортогональных многочастотных сигналов при различных коэффициентах уплотнения и количестве поднесущих частот в сигнале порядков  $10^2 \dots 10^4$ .

2. Анализ вероятностных характеристик пик-фактора.

3. Разработка метода снижения пик-фактора неортогональных многочастотных сигналов путем добавления распределенных по частоте корректирующих поднесущих. Разработка структурных схем формирования и приема неортогональных многочастотных сигналов с пониженным значением пик-фактора.

4. Реализация формирователя неортогональных многочастотных сигналов с пониженным значением пик-фактора с применением программируемых логических интегральных схем.

5. Экспериментальное исследование разработанного метода снижения пик-фактора неортогональных многочастотных сигналов.

### **Научная новизна результатов диссертационной работы**

1. Впервые предложен и разработан метод снижения пик-фактора неортогональных многочастотных сигналов на основе добавления распределенных по частоте корректирующих поднесущих при сохранении помехоустойчивости приема.

2. Впервые разработана методика расчета выборочного среднего и дисперсии пик-фактора неортогональных многочастотных сигналов на основе повышенной частоты дискретизации и ограниченной выборки.

3. Получены зависимости величины выборочных среднего пик-фактора и дисперсии неортогональных многочастотных сигналов от коэффициента пере-дискретизации и объема выборки.

4. Получены зависимости величины выборочных среднего пик-фактора и дисперсии неортогональных многочастотных сигналов от коэффициента уплотнения, метода манипуляции поднесущих, количества поднесущих.

5. Показана применимость разработанных методики расчета пик-фактора и метода снижения пик-фактора к многочастотным сигналам с ортогональным частотным уплотнением (OFDM).

### **Положения, выносимые на защиту**

1. При расчете пик-фактора многочастотных сигналов при числе поднесущих до 32000, методах модуляции ФМ-2, КАМ-4, КАМ-16, КАМ-64 и коэффициентах частотного уплотнения от 1 до 0,5 коэффициенты передискретизации  $K$  и размер выборки  $N_{exp}$  должны быть выбраны равными 4 и  $10^3$  соответственно для обеспечения точности расчета пик-фактора не хуже 0,5 дБ.

2. При увеличении числа поднесущих до 32000 пик-фактор сигнала увеличивается до 12 дБ. При снижении коэффициента уплотнения  $\alpha$  от 1 до 0,5 пик-фактор многочастотных сигналов незначительно снижается (на  $\sim 0,7$  дБ). Метод модуляции поднесущих (ФМ-2, ФМ-4, КАМ-16 и КАМ-64) не оказывает влияние на пик-фактор многочастотных сигналов.

3. Разработанный метод снижения пик-фактора, заключающийся в добавлении корректирующих поднесущих, обеспечивает снижение пик-фактора многочастотных сигналов не менее чем на 1 дБ с вероятностью 0,9 при доле корректирующих поднесущих от общего числа поднесущих в сигнале не более 5% при сохранении помехоустойчивости приема.

4. Разработанные метод и архитектура устройства формирования SEFDM-сигналов с пониженным значением пик-фактора, реализующие предложенный метод снижения пик-фактора, позволяют обеспечить расчетный уровень снижения пик-фактора ценой существенно меньших как вычислительных, так и аппаратных затрат по сравнению с классическим методом. Так при количестве поднесущих порядка  $10^2$ – $10^3$  и доле корректирующих поднесущих от общего числа поднесущих в сигнале не более 5% вычислительная сложность предложенного алгоритма снижения пик-фактора примерно в 20 раз ниже классического метода

на основе резервирования поднесущих, при аппаратной реализации выигрыш составляет примерно 10 раз.

**Теоретическая значимость** результатов диссертационной работы состоит в том, что установлены и проанализированы зависимости пик-фактора неортогональных многочастотных сигналов от количества поднесущих в сигнале, коэффициента уплотнения, способа модуляции поднесущих, а также от коэффициента передискретизации сигнала при расчете пик-фактора. Установлены зависимости вычислительной сложности реализации метода снижения пик-фактора на основе добавления корректирующих поднесущих от принципа размещения корректирующих поднесущих.

**Практическая значимость результатов диссертационного исследования** заключается в разработке структурных схем для формирования и приема многочастотных сигналов с неортогональным частотным уплотнением с пониженным значением пик-фактора и в реализации разработанного алгоритма снижения пик-фактора в ПЛИС.

Снижение пик-фактора случайных последовательностей многочастотных сигналов (как с ортогональным, так и с неортогональным частотным уплотнением) позволит снизить энергопотребление и, как следствие, продлить время автономной работы в мобильных устройствах в современных телекоммуникационных системах с многочастотными сигналами, таких как DVB-T/T2, DVB-H, DVB-S, IPStar и перспективных системах сотовой связи 5G.

Предложенные структурные схемы разработанного метода формирования многочастотных сигналов с пониженным пик-фактором включают блоки ОБПФ. Эти модули лежат в основе современных OFDM-модемов. Данное обстоятельство обуславливает возможность простого перехода с OFDM-сигнальных конструкций к OFDM/SEFDM-сигнальным конструкциям с пониженным значением пик-фактора посредством обновления программного обеспечения существующих приемо-передающих устройств.

## **Структура диссертации**

Диссертационная работа состоит из введения, пяти разделов, заключения и одного приложений.

Во введении приведены основные сведения о применении сигналов с ортогональным и неортогональным частотным уплотнением, сформулированы недостатки многочастотных сигналов, в том числе влияние больших значений пик-фактора на маломощные приемо-передающие устройства. Также сформулирована актуальность темы диссертационной работы, определены цель и задачи работы, приведены сведения о практическом внедрении результатов диссертации.

В первом разделе работы рассмотрены характеристики многочастотных сигналов. Приведены их аналитические выражения в непрерывном и дискретном видах в основной полосе частот и рассмотрены представления многочастотных сигналов во временных и частотных областях. Дано определение понятия пик-фактора многочастотного сигнала и приведены примеры значений пик-фактора для OFDM- и SEFDM-сигналов, приведены параметры OFDM-сигналов типовых систем связи с OFDM. Также приведены примеры зависимости отношения мгновенной к средней мощности от времени для OFDM- и SEFDM-сигналов. Дана формулировка цели работы и описаны научные задачи исследований.

Во втором разделе предложены методика расчета пик-фактора отдельного OFDM- или SEFDM-символа в дискретном времени и методика расчета выборочного среднего и дисперсии последовательности символов многочастотного сигнала. Проанализирована зависимость оценки математического ожидания средней по ансамблю реализации случайной величины пик-фактора от увеличения частоты дискретизации. Для выбранного метода формирования SEFDM-сигналов исследована зависимость положения отбрасывания отсчетов от количества символов с минимальным пик-фактором. Показано, что независимо от способа модуляции (КАМ-4, КАМ-16, КАМ-64) и числа поднесущих (от 5 до 27841) повышение размерности ОБПФ в 4 раза позволяет уточнить результат расчета среднего пик-фактора на  $\sim 0.5$  дБ для OFDM-сигналов и на  $\sim 1$  дБ для

SEFDM-сигналов с коэффициентом уплотнения  $1/2$ . Дальнейшее увеличение частоты дискретизации существенного увеличения точности не дает.

В третьем разделе предложен метод снижения пик-фактора на основе распределенных корректирующих поднесущих, основной особенностью которого является с пониженной по сравнению с похожими алгоритмами вычислительная сложность. Для снижения пик-фактора к SEFDM-символу добавляются распределенные по частоте поднесущие, комплексные амплитуды которых выбираются таким образом, чтобы снизить пик-фактор. Сформулировано и доказано свойство (О)БПФ, примененное в разработанном алгоритме. Проанализирована вычислительная сложность предлагаемого алгоритма снижения пик-фактора. Выполнен анализ величины снижения пик-фактора в результате применения разработанного алгоритма для различного числа информационных и корректирующих поднесущих для различных коэффициентов уплотнения и различных методов манипуляции как информационных, так и корректирующих поднесущих. Показана зависимость величины снижения пик-фактора от числа итераций алгоритма.

В четвертом разделе описана реализация предложенного алгоритма снижения пик-фактора в ПЛИС (программируемая логическая интегральная схема, FPGA – field programmable gate array). Описана реализация формирователя неортогональных многочастотных сигналов с пониженным значением пик-фактора в ПЛИС. В реализации 32-кратно повторно используются БПФ пониженной разрядности для снижения количества занимаемых ресурсов и увеличения быстродействия. Предложенный метод занимает  $<30\%$  логики общего назначения и  $<70\%$  специализированных ресурсов целевой ПЛИС. При использовании современных поколений ПЛИС Xilinx серии Ultrascale предложенная реализации займет не более  $10\%$  ресурсов.

В пятом разделе приводится описание выполненного экспериментального исследования разработанного метода снижения пик-фактора ортогональных и неортогональных многочастотных сигналов. В ходе проведения эксперимента выполнялась проверка работы предложенного в настоящей диссертации алго-

ритма снижения пик-фактора многочастотных сигналов на реальном оборудовании не в основной полосе частот, а на несущей, с учетом реальных полос пропускания трактов генератора и приемника сигналов, а также с учетом неидеальностей их RF-трактов.

С помощью разработанной установки проведены экспериментальные исследования SEFDM-сигналов с пониженным значением пик-фактора. Снижение пик-фактора (выборки) составило примерно 1,6 дБ, что согласуется с результатами имитационного моделирования.

# 1. Пик-фактор многочастотных сигналов

## 1.1. Многочастотные сигналы с ортогональным и неортогональным частотным уплотнением

В многочастотных сигналах информация распределяется по частотным подканалам, которые используются для параллельной передачи данных, формируя подпотоки, скорость которых значительно меньше исходного высокоскоростного потока данных. В современных системах с многочастотными сигналами количество подпотоков изменяется в пределах от сотен до десятков тысяч. В случае OFDM-сигналов сигналы на поднесущих взаимно ортогональны. Формирования таких сигналов осуществляется в цифровом виде с использованием обратного быстрого дискретного преобразования Фурье (ОБПФ). Перед модулем ОБПФ обычно ставится блок модулятора, который выполняет отображение информационных битов в комплексные модуляционные символы в соответствии с выбранным способом манипуляции. Полученные сигналы с выхода ОБПФ обладают свойством ортогональности. Многочастотные сигналы с ортогональным частотным уплотнением обеспечивают высокую помехоустойчивость приема в условиях межсимвольной интерференции за счет распределения информации по частотным каналам при относительно невысокой вычислительной сложности эквалайзера по сравнению с одночастотными системами сигналов.

Рассмотрим схематичное представление многочастотных сигналов. На рис. 1.1 представлен схематичный вид многочастотного сигнала в частотной и временной областях для пяти поднесущих частот. По вертикальной оси отложены амплитуды  $A_0 \dots A_4$  поднесущих соответствующих частот  $f_0 \dots f_4$  по оси времени – синусоидальные сигналы на каждой поднесущей частоте. Частотный разнос между поднесущими составляет  $\Delta f = \alpha/T$ , где  $\alpha$  – коэффициент уплотнения,  $T$  – длительность символа. Отметим, что на длительности символа у SEFDM-сигналов содержится нецелое число колебаний каждой поднесущей в отличие от OFDM-сигналов.

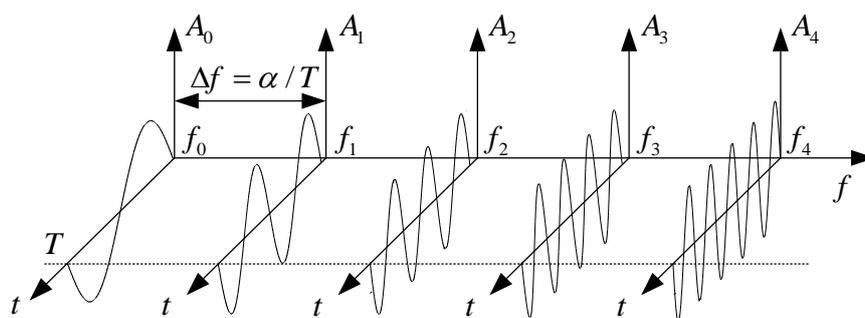


Рис. 1.1. Схематичное представление многочастотного сигнала

Энергетический спектр случайной последовательности многочастотных сигналов определяется суммой энергетических спектров случайных последовательностей сигналов на каждой поднесущей частоте. Таким образом, для сигнала, представленного на рис. 1.1, энергетический спектр будет определяться формой энергетического спектра сигналов с огибающей длительностью  $T$ .

Ортогональные сигналы на поднесущих в OFDM-сигналах выбираются из условия

$$\int_0^T \sin(2\pi f_l t) \sin(2\pi f_k t) dt = 0, \quad k \neq l, \quad (0.1)$$

где  $f_k$  и  $f_l$  — несущие частоты каналов  $k$  и  $l$ . При выполнении условия ортогональности межканальная (внутрисимвольная) интерференция отсутствует. Для случая SEFDM-сигналов выражение (0.1) не равно 0 вследствие неортогональности сигналов на поднесущих.

Многочастотный сигнал с  $N$  поднесущими частотами на длительности символа  $T$  в основной полосе частот может быть записан следующим образом:

$$s(t) = \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} C_k e^{j2\pi\Delta f k t}, \quad t \in [0; T], \quad (1.1)$$

где  $C_k$  — манипуляционный символ  $k$ -ой поднесущей,  $\Delta f$  — частотный разнос между соседними поднесущими. В случае, когда  $\Delta f = 1/T$ ,  $s(t)$  представляет из себя OFDM-сигнал; если  $\Delta f = \alpha/T < 1/T$ , где  $0 < \alpha < 1$ , то  $s(t)$  является SEFDM-сигналом, а коэффициент  $\alpha$  называется коэффициентом частотного уплотнения.

Для OFDM-сигналов  $\alpha = 1$ . Для уменьшения влияния наложения спектров соседних по частоте сигналов используются защитные интервалы по частоте:

$$C_k = 0 \text{ при } k \in [0; N_{\text{GI\_left}} - 1] \text{ и } k \in [N - N_{\text{GI\_right}}; N - 1],$$

где  $N_{\text{GI\_left}}$  — количество неиспользуемых поднесущих «слева» в области отрицательных частот,  $N_{\text{GI\_right}}$  — количество неиспользуемых поднесущих «справа» в области положительных частот.

Основной характеристикой FDM-сигналов является коэффициент уплотнения:

$$\alpha = \Delta f T = \Delta f / \Delta f_{\text{орт}}, \quad (1.2)$$

где  $\Delta f_{\text{орт}}$  — разнесение поднесущих частот в частотной области для ортогональных сигналов. Спектрально-эффективные FDM-сигналы занимают меньшую полосу частот, чем OFDM-сигналы, т.е. для  $\Delta f < \Delta f_{\text{орт}}$  коэффициент уплотнения  $\alpha < 1$  при той же скорости передачи, метода модуляции и кодирования.

Вводя частоту дискретизации  $F_s$ , равную  $F_s = 1/\Delta t = N\Delta f$ , получаем следующие равенства:  $\Delta t \Delta f = 1/N$  и  $T / \Delta t = N\alpha = L$ . Таким образом, количество отсчетов в SEFDM-сигналах по сравнению с OFDM-сигналами уменьшается в  $1/\alpha$  раз.

Дискретный многочастотный сигнал на длительности символа в основной полосе частот можно представить в виде:

$$s(n\Delta t) = s_n = \sum_{k=-N/2}^{N/2-1} C_k e^{j2\pi \frac{kn}{N}}, n = \overline{0 \dots L-1} \quad (1.3)$$

Для формирования OFDM-сигналов в соответствии с (1.3) применяется ОБПФ с размерностью  $N_{\text{IFFT}}$ , равной ближайшей сверху степени 2 к  $N$ . Для формирования SEFDM-сигналов в данной работе используется метод на основе ОБПФ с аналогичной размерностью  $N_{\text{IFFT}}$  [29]. На выходе ОБПФ оставляются только первые  $L$  отсчетов, остальные отбрасываются. На рис. 1.2 изображена структурная схема, описывающая этот метод.

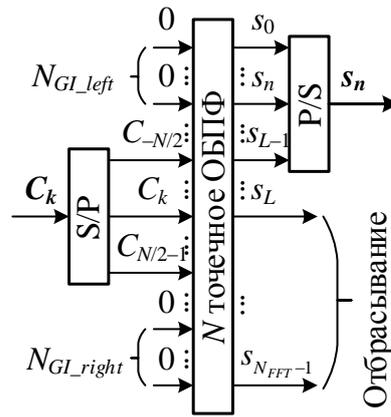


Рис. 1.2. Структурная схема алгоритма формирования SEFDM-сигналов

Интерес к SEFDM-сигналам вызван истощением частотного ресурса в диапазоне частот до 10 ГГц, а также потребностью в дальнейшем увеличении скорости передачи информации в сетях беспроводного широкополосного доступа. Переход от OFDM- к SEFDM-сигналам может обеспечить увеличение спектральной эффективности в 2...3 раза ([**Ошибка! Источник ссылки не найден.**], [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**], [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**]). При этом SEFDM-сигналы сохраняют свойственную OFDM-сигналам высокую эффективность в каналах с частотно-селективными замираниями.

Сигналы с частотным мультиплексированием широко применяются в сетях Wi-Fi-a,g,n, WiMAX, LTE, DVB-T2. Сигналы отличаются количеством используемых поднесущих (как следствие, и размером (О)БПФ), а также шириной используемого частотного диапазона. Некоторые типовые значения числа поднесущих и соответствующих размерностей ОБПФ сигналов вышеперечисленных систем передачи данных в качестве примера в порядке возрастания их максимального числа приведены в табл. 1.1..

Таблица 1.1. Параметры многочастотных сигналов типовых беспроводных систем передачи данных с OFDM-сигналами

Сигнал	Количество поднесущих	Размерность ОБПФ	Полоса занимаемых частот
Wi-Fi-a,g	52	128	8,3 МГц ([ <b>Ошибка! Источник ссылки не найден.</b> , с. 1605])
Wi-Fi-n	114	128	40 МГц ([ <b>Ошибка! Источник ссылки не найден.</b> , с. 1689])
WiMAX	865	1024	10 МГц ([ <b>Ошибка! Источник ссылки не найден.</b> , с. 515])
LTE	1201	2048	20 МГц ([ <b>Ошибка! Источник ссылки не найден.</b> , с. 6])
DVB-T2	27841	32768	10 МГц ([ <b>Ошибка! Источник ссылки не найден.</b> , с. 116])

Для сигналов с числом поднесущих, больших пяти, и КАМ-64 (объем алфавита  $M = 64$ ,  $\log_2 M = 6$ ) имитационное моделирование для получения характеристик (математического ожидания и дисперсии) поведения пик-фактора будет затруднено в связи с чрезмерно большим количеством возможных комбинаций комплексных амплитуд поднесущих. Получаем  $(2^5)^{\log_2 M} = (2^5)^6 = 2^{30}$  комбинаций. Для случаев ФМ-2, ФМ-4 и КАМ-16 и пяти поднесущих несложно провести моделирование для всех комбинаций сигналов. Для КАМ-16 требуется провести один миллион расчетов, для КАМ-64 ~ один миллиард.

## 1.2. Пик-фактор SEFDM-сигналов

На рис. 1.3 представлен пример OFDM-сигнала на длительности символа с числом поднесущих частот, равным  $N = 840$ , размерностью ОБПФ  $N_{IFFT} = 1024$  и частотой дискретизации  $F_s = 11,2$  МГц. Поднесущие частоты манипулированы ФМ-4. Рассматриваемый сигнал во временной области является суперпозицией гармонических составляющих, при сложении части которых в фазе происходит «выброс» по амплитуде, который виден на рис. 1.3.

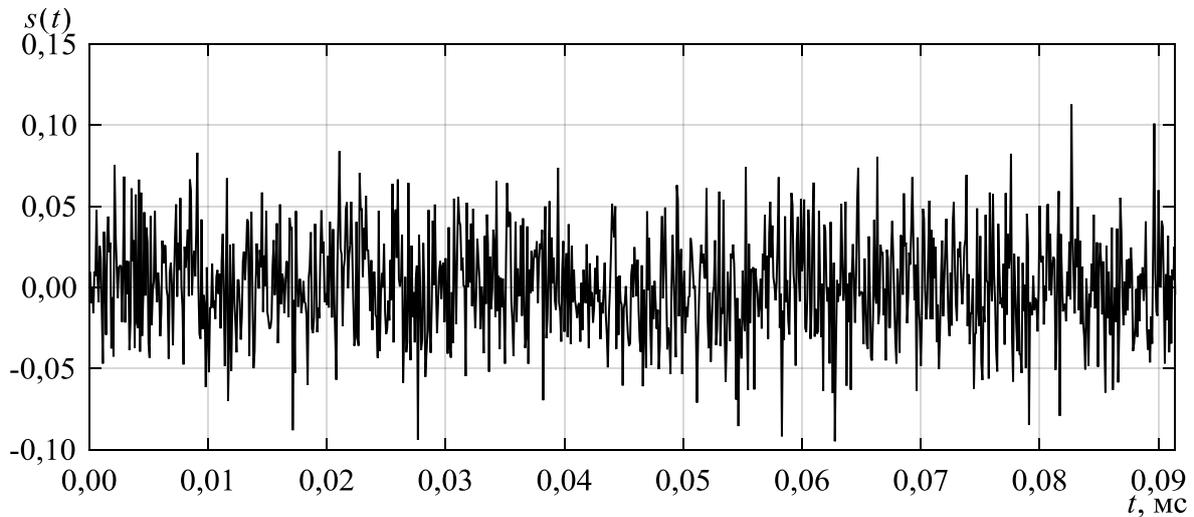


Рис. 1.3. Пример OFDM-символа с  $N = 840$ ,  $N_{FFT} = 1024$  и  $F_s = 11,2$  МГц

Введем понятие пик-фактора многочастотного сигнала. Пик-фактором  $\Pi$  многочастотного сигнала будем называть отношение наибольшей (пиковой) мощности к средней мощности сигнала на длительности символа:

$$\Pi = \max_{t \in [0; T]} \frac{p(t)}{P_{cp}}, \quad p(t) = s(t)s^*(t), \quad P_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt \quad (1.4)$$

Получим выражение для пик-фактора для OFDM-символов. Пусть справедливо условие ортогональности:

$$\frac{1}{T} \int_0^T e^{j(\omega_n - \omega_m)t} dt = \begin{cases} 1, & n = m \\ 0, & n \neq m \end{cases}$$

тогда из формулы (1.2)

$$P_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^T \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} \sum_{m=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} C_n C_m^* e^{j(\omega_n - \omega_m)t} dt = \frac{1}{T} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} C_n C_m^* \int_0^T e^{j(\omega_n - \omega_m)t} dt = \sum_{n=0}^{N-1} |C_n|^2.$$

Мгновенная мощность OFDM-сигнала равна

$$|s(t)|^2 = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} C_n C_m^* e^{j(\omega_n - \omega_m)t}, \quad t \in [0; T].$$

Тогда пик-фактор OFDM-сигнала определяется следующим выражением:

$$\Pi = \frac{\max_{t \in [0; T]} \{|s(t)|^2\}}{P_{cp}} = \frac{\max_{t \in [0; T]} \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} C_n C_m^* e^{j(\omega_n - \omega_m)t} \right\}}{\sum_{n=0}^{N-1} |C_n|^2}. \quad (1.5)$$

Отметим, что для OFDM-сигналов с фазовой манипуляцией средняя мощность сигнала  $P_{cp}$  постоянна и не зависит от символов канального алфавита, в отличие от SEFDM-сигналов, в которых средняя мощность изменяется случайным образом. Для квадратурной амплитудной манипуляции при большом количестве символов для обоих типов сигналов средняя мощность сигнала примерно постоянна:

$$P_{cp} \simeq \text{const}(C_n).$$

На рис. 1.4 и 1.5 приведены примеры OFDM- и SEFDM-сигналов с ФМ-4, количеством поднесущих частот  $N = 1024$ , размерностью ОБПФ  $N_{FFT} = 1024$  и частотой дискретизации  $F_s = 11,2$  МГц. Для SEFDM-сигнала коэффициент уплотнения равен  $3/4$ . На графиках по оси абсцисс отложено время сигнала, а по оси ординат – отношение значения мгновенной мощности сигнала к его средней мощности на длительности символа. Из графика на рис. 1.4 видно, что пик-фактор  $\Pi \approx 10 = 10$  дБ.

При исследовании количественных характеристик пик-факторов для различных методов манипуляций во втором разделе получены оценки выборочного среднего и дисперсий пик-фактора OFDM- и SEFDM-сигналов для количества используемых поднесущих в сигнале от 5 до 32768, а также построены интегральные характеристики пик-фактора для частных случаев SEFDM-сигналов.

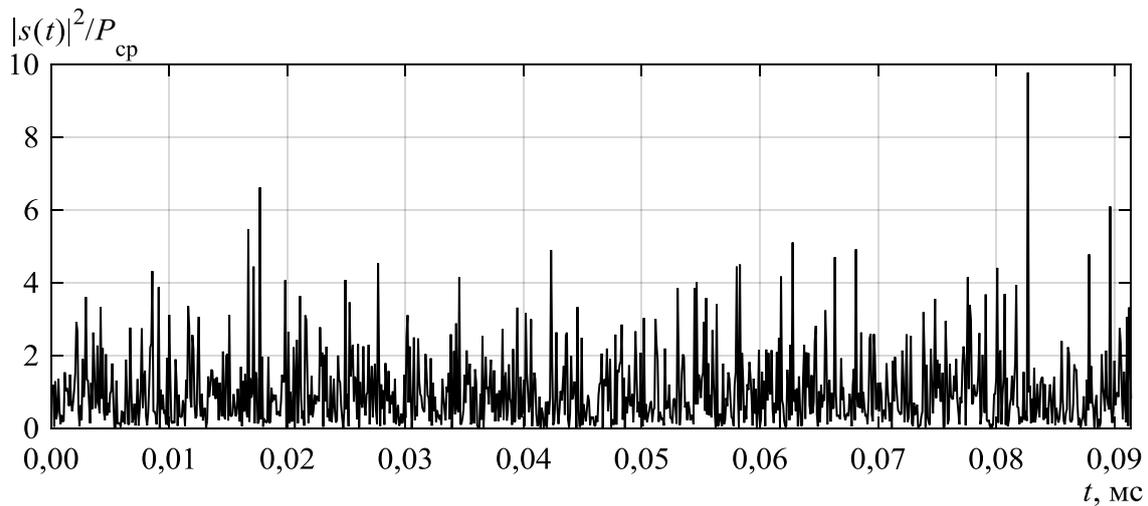


Рис. 1.4. Пример OFDM-сигнала с ФМ-4:  $N = 840$ ,  $N_{FFT} = 1024$  и  $F_s = 11,2$  МГц

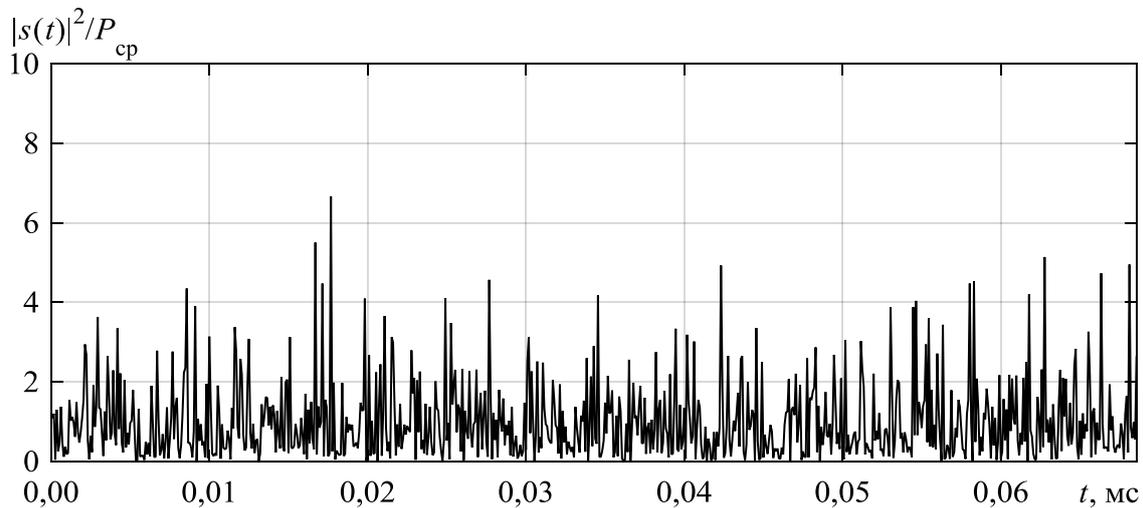


Рис. 1.5. Пример SEFDM-сигнала с ФМ-4:  $N = 840$ ,  $N_{FFT} = 1024$ ,  $F_s = 11,2$  МГц и  $\alpha = 3/4$

### 1.3. Обзор традиционных методов снижения пик-фактора многочастотных сигналов

В [Ошибка! Источник ссылки не найден.] было показано, что как системы с OFDM, так и системы с SEFDM подвержены высокому пик-фактору (5–10 дБ). Из-за сходства двух систем сигналов методы снижения пик-фактора, разработанные для OFDM-сигналов, можно применить для SEFDM-сигналов.

Методы снижения пик-фактора могут быть классифицированы как не искажающие и искажающие. Не искажающие методы уменьшают пик-фактор без введения нелинейных искажений. Такие методы выполняют операции на передатчике и сообщают приемной стороне информацию, необходимую для совершения обратных преобразований к примененным операциям. Следовательно, в данном случае снижение пик-фактора достигается за счет снижения скорости передачи. Примерами неискажающих методов являются выборочное отображение (Selective Mapping, SLM), частично передаваемая последовательность (Partial Transmit Sequence, PTS) и предварительное кодирование (например, последовательностями Голея). В искажающих методах нет необходимости в передаче дополнительной информации, тем не менее, эти методы являются более вычислительно сложными и могут также приводить к снижению скорости передачи, как правило, из-за расширения спектра и/или ухудшения помехоустойчивости. Типичным примером искажающих методов является клиппирование [4-5, 27].

### **1.3.1. Клиппирование**

Клиппированием называется ограничение амплитуды сигнала до определенного уровня. В случае отсутствия применения схемы контроля пик-фактора клиппирование может произойти непреднамеренно в системе из-за превышения уровня насыщения усилителя мощности. В системах с OFDM обычно за клиппированием следует стадия фильтрации для уменьшения внеполосного излучения [27]. В результате фильтрации происходит повторный рост пиков, поэтому клиппирование повторяется итеративно, пока не будет получена требуемая величина пик-фактора, что дополнительно усложняет метод.

Недоиспользование выходных усилителей мощности происходит из-за нелинейности амплитудно-частотной характеристики усилителя мощности. Для достижения максимального КПД работы усилителя мощности необходимо выбирать рабочую точку как можно ближе к области насыщения. В этом случае сигналы с OFDM и SEFDM, обладающие высоким значением пик-фактора, будут

подвергаться искажениям, что приведет к расширению их энергетического спектра и возрастанию корреляционных связей между сигналами, расположенными на различных поднесущих частотах (т.е. увеличению внутрисимвольной интерференции), что в свою очередь снижает помехоустойчивость приема [33, 34].

Уменьшения искажений можно достичь путем смещения рабочей точки усилителя. При этом происходит снижение средней мощности сигнала, что приводит к ухудшению помехоустойчивости приема.

Таким образом, существует два фактора, зависящих от величины смещения рабочей точки усилителя относительно точки насыщения: изменение средней мощности сигнала и появление искажений в сигнале из-за нелинейной передаточной характеристики усилителя. Превалирующее действие того или иного фактора зависит от числа поднесущих частот, величины частотного разнеса между поднесущими частотами, вида модуляции сигналов, расположенных на каждой поднесущей частоте и от условий приема.

Исследования, проведенные для сигналов с OFDM, показывают, что существует такое значение величины смещения рабочей точки усилителя мощности, при котором достигаются наилучшие показатели помехоустойчивости [35, 36], причем это значение отличается при использовании разных методов модуляции поднесущих.

Сигналы SEFDM характеризуются наличием корреляционных связей между сигналами на поднесущих частотах уже на этапе формирования сигнала, поэтому дополнительные искажения, внесенные в усилителе мощности или при клиппировании могут значительно усложнить прием таких сигналов. В [11] приводятся результаты исследования влияния клиппирования сигналов SEFDM на помехоустойчивость приема и спектральные характеристики сигналов, однако нет расчета зависимости суммарной энергетической эффективности системы в зависимости от уровня клиппирования и не рассмотрено влияние нелинейных искажений, внесенных усилителем мощности.

В то же время, результаты, полученные в [35], показывают, что введение дополнительного клиппирования ухудшает помехоустойчивость приема сигналов с OFDM.

### 1.3.2. Selective Mapping (SLM)

В алгоритме SLM для снижения пик-фактора формируются эквивалентные представления FDM-символов. Существует большое число способов формирования эквивалентных представлений FDM-символов, однако самым простым является их формирование случайным образом путем генерирования набора случайных изменяющих фазу символа векторов. На передачу отправляется символ, имеющий минимальный пик-фактор.

Рассмотрим алгоритм работы SLM применительно к SEFDM:

- 1) формируется набор случайных векторов, изменяющих фазу символа;
- 2) наборы перемножаются с копиями входных символов  $s$ ;
- 3) формируется SEFDM-символ;
- 4) рассчитывается пик-факторы всех SEFDM-символов;
- 5) выбирается для передачи SEFDM-символ, имеющий минимальный пик-фактор.

Блок-схема формирователя SEFDM-сигналов, использующего SLM с  $U$  эквивалентными представлениями SEFDM-символов для снижения пик-фактора представлена на рис. 1.5. Данная блок-схема включает в себя массив блоков формирования SEFDM-символов (SEFDM-модуляторов), блоки «Фазовый вектор», в которых осуществляется перемножение фазовых векторов на копии входных символов, а также блок «Выбор наилучшего символа», рассчитывающего пик-факторы пришедших на его вход SEFDM-символов и выбирающего символ с минимальным пик-фактором.

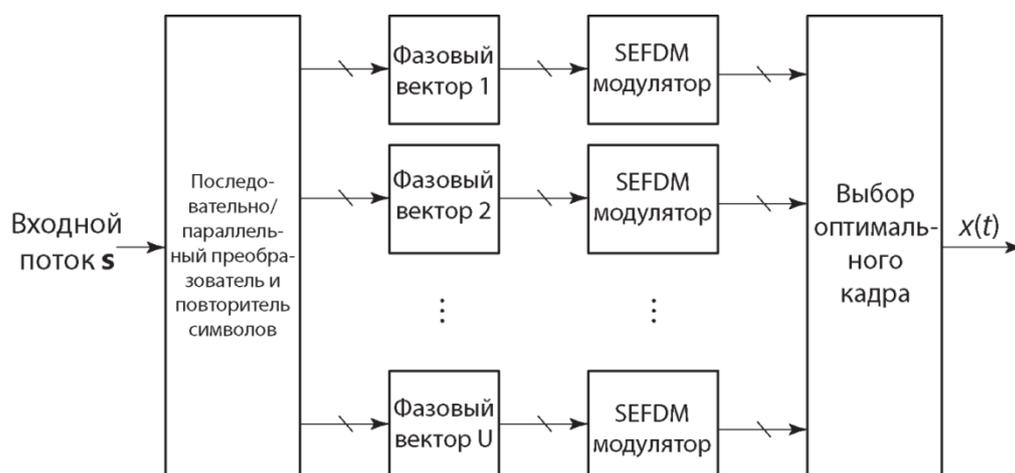


Рис. 1.5. Блок-схема формирователя SEFDM-сигналов, использующего SLM с  $U$  эквивалентными представлениями SEFDM-символов для снижения пик-фактора

С целью уменьшения объема передачи сторонней информации обычно ограничивают количество фазовых векторов. Данные об этих векторах хранятся в передатчике и приемнике, и в качестве сторонней информации отправляется номер выбранного вектора.

Для работы данного алгоритма требуется  $U$  параллельных SEFDM-модуляторов, как показано на рис. 1.5, поэтому сложность метода при размерности ОБПФ, равной  $N_{FFT}$ , будет равна  $UN_{FFT}\log_2 N_{FFT}$ .

### 1.3.3. Partial Transmit Sequence (PTS)

В алгоритме PTS входная последовательность  $\{s_i\}_{i=-\infty}^{\infty}$  разбивается на блоки. Каждый блок сдвинут относительно предыдущего на число элементов, равное числу элементов у предыдущего блока. Число элементов в блоках выбирается равным, и для каждого блока выбирается свой фазовый сдвиг, одинаковый для всего блока. Фазовые сдвиги применяются во временной области после FDM-формирователя. Фазовые сдвиги выбираются таким образом, чтобы комбинированный выход всех блоков имел минимальный пик-фактор. Существует множество алгоритмов формирования и комбинирования блоков, разменивающих сложность поиска оптимальных фазовых сдвигов на величину снижения

пик-фактора. Сложность метода определяется сложностью поиска оптимального фазового сдвига ([**Ошибка! Источник ссылки не найден.**], [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**],[**Ошибка! Источник ссылки не найден.**]).

Рассмотрим метод PTS подробнее на примере SEFDM-передатчика (рис. 1.6). Пусть вектор  $\mathbf{s}$  – последовательность модулированных входных символов длиной  $N_{FFT} = NL$ . На рисунке приведен пример для трех ( $L = 3$ ) параллельных потоков (ветвей). В каждую ветвь поступает  $N$  символов. Затем выполняется  $N$ -точечное ОБПФ в каждой ветви и формирование SEFDM-символа. Символ  $z^{-N}$  означает задержку на  $N$  отсчетов, необходимую для возможности использования одного банка умножителей и одного блока ОБПФ для всех ветвей.

Каждый блок модифицируется своим фазовым сдвигом. Например, для трех блоков с двумя доступными фазовыми сдвигами возможно  $2^3$  реализаций выходного сигнала. Отметим, что в данном случае требуется дополнительно передавать три бита приемнику о сделанном решении. Знак  $\Sigma$  в приведенной блок-схеме означает конкатенацию блоков.

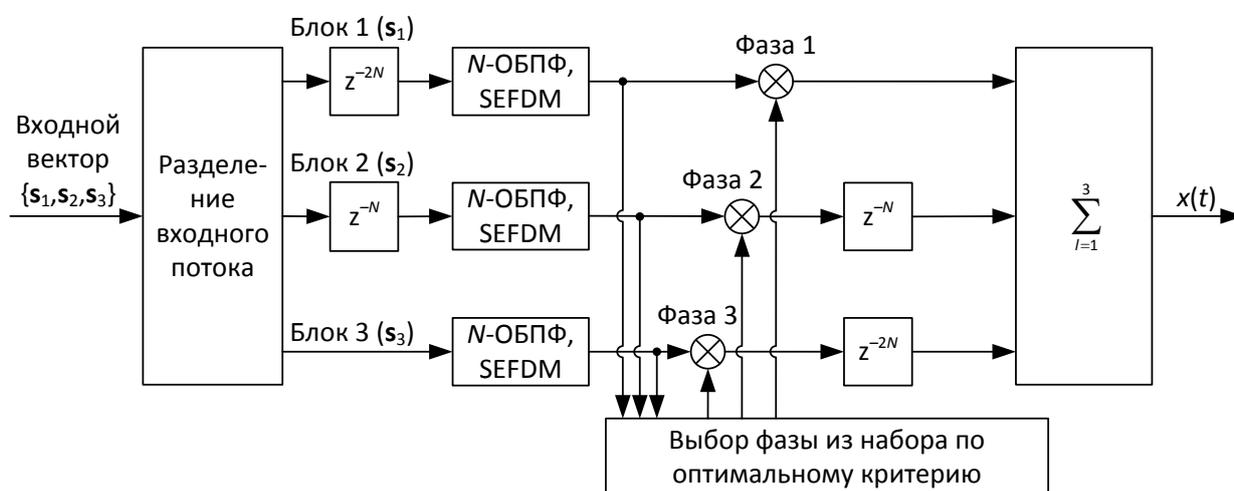


Рис. 1.6. Блок-схема формирователя SEFDM-сигналов, использующего PTS с тремя параллельными блоками для снижения пик-фактора

### 1.3.4. Tone Reservation (TR)

Метод TR заключается в резервировании позиций для вставки поднесущих частот, комплексные амплитуды которых используются для снижения пик-фактора ([**Ошибка! Источник ссылки не найден.**]). Данный метод не является искажающим, поскольку он не вносит в формируемый сигнал нелинейные искажения (в случае OFDM-сигналов). Ширина дополнительного занимаемого частотного ресурса определяется числом зарезервированных поднесущих в случае неизменного числа информационных поднесущих.

Высокую вычислительную сложность данного метода определяет численный поиск наилучших комплексных амплитуд зарезервированных поднесущих, обеспечивающих попадание в глобальный минимум пик-фактора. Реализация решения данной оптимизационной задачи в существующих программируемых элементных базах, таких как ПЛИС и ЦПОС затруднена по причине ограниченности их вычислительных ресурсов.

Основным преимуществом данного метода снижения пик-фактора по сравнению с другими является отсутствие требования к передаче сторонней информации.

## 1.4. Цель работы и постановка задач исследований

**Объектом исследования** в работе являются сигналы с неортогональным частотным уплотнением (SEFDM-сигналы) и методы снижения их пик-фактора.

**Предметом исследования** является величина пик-фактора SEFDM-сигналов в беспроводных системах передачи данных при заданных методах модуляции, количестве поднесущих и коэффициенте уплотнения.

**Целью работы** является снижение пик-фактора неортогональных многочастотных сигналов путем применения распределенных по частоте корректирующих поднесущих при количестве поднесущих частот в сигнале порядков  $10^2 \dots 10^4$ .

Для достижения данной цели в работе поставлены следующие **задачи**:

1. Разработка методики расчета пик-фактора неортогональных многочастотных сигналов при различных коэффициентах уплотнения и количестве поднесущих частот в сигнале порядков  $10^2 \dots 10^4$ .
2. Анализ вероятностных характеристик пик-фактора.
3. Разработка метода снижения пик-фактора неортогональных многочастотных сигналов путем добавления распределенных по частоте корректирующих поднесущих. Разработка структурных схем формирования и приема неортогональных многочастотных сигналов с пониженным значением пик-фактора.
4. Реализация формирователя неортогональных многочастотных сигналов с пониженным значением пик-фактора с применением программируемых логических интегральных схем.
5. Экспериментальное исследование разработанного метода снижения пик-фактора неортогональных многочастотных сигналов.

## 2. Расчет пик-фактора многочастотных сигналов

### 2.1. Методика расчета пик-фактора

Пик-фактор дискретного многочастотного сигнала  $\{s_n\}_{n=0}^{L-1}$  по аналогии с (1.4) можно рассчитать следующим образом:

$$\Pi = \frac{\max_{n=0, \dots, L-1} \{p_n\}}{P_{cp}}, \quad p_n = s_n s_n^*, \quad n = 0, 1, \dots, L-1, \quad P_{cp} = \frac{1}{L} \sum_{n=0}^{L-1} p_n. \quad (2.1)$$

Тем не менее, прямое (при подстановке отсчетов из (1.3) в (2.1)) применение выражения (2.1) приведет к некорректным результатам, ошибке при вычислении пик-фактора. Это обусловлено дискретностью представления (1.3) и, как следствие, возможностью не учесть в расчете локальных максимумов сигнала, которые находятся между соседними отсчетами (рис. 2.1). Т.е. непрерывный сигнал, восстановленный из (1.3) может иметь максимум мгновенной мощности между отсчетами.

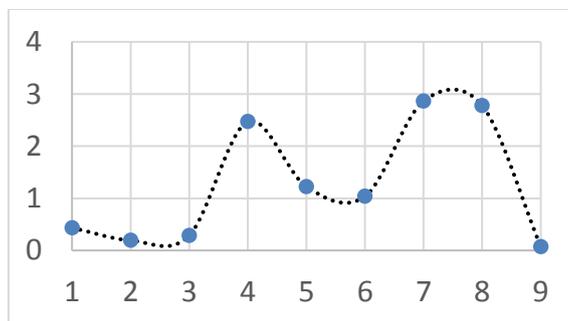


Рис. 2.1. Схематичный пример расположения максимума мгновенной мощности символа между отсчетами №7 и №8

Для того, чтобы уменьшить ошибку расчета пик-фактора, обусловленную дискретным представлением сигнала, предлагается повышать частоту дискретизации, на которой выполняется расчет, и увеличивать размерность ОБПФ  $N_{IFFT}$  в  $K=2^p$  раз, где  $p \in \mathbb{N}$ ,  $K$  – коэффициент передискретизации. Для полученных временных отсчетов передискретизированного символа по (2.1) рассчитывается мгновенная мощность, средняя и пик-фактор. Описанный алгоритм расчета пик-

фактора представлен на рис. 2.2. Повышение частоты дискретизации предлагается реализовывать путем добавления нулей к отсчетам спектра сигнала (нулевых комплексных амплитуд по краям спектра сигнала) и соответствующего увеличения размерности ОБПФ.

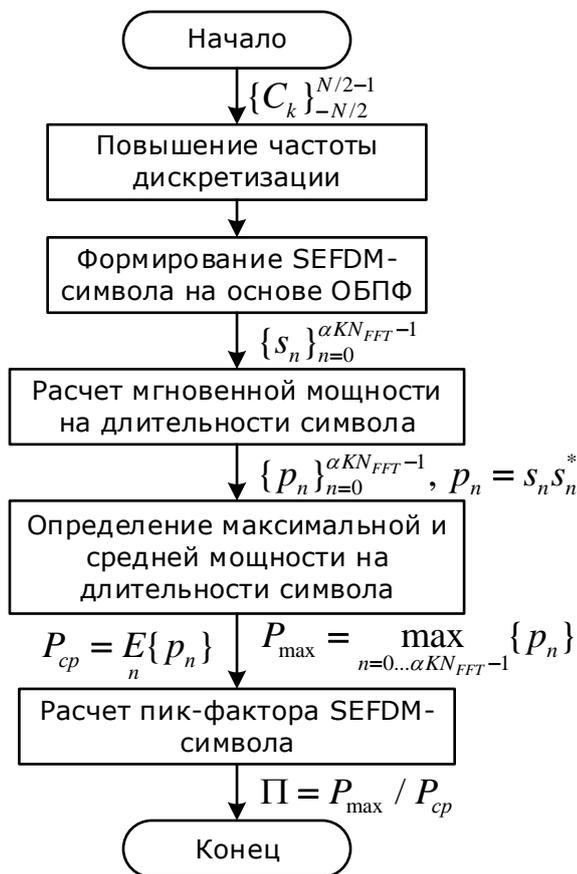


Рис. 2.2. Блок-схема алгоритма расчета пик-фактора одного OFDM- или SEFDM-символа

На рис. 2.3 представлена зависимость среднего пик-фактора, рассчитанного по полному ансамблю всех возможных OFDM-символов с пятью поднесущими и модуляцией ФМ-4 от размерности ОБПФ для  $\alpha = 3/4$ . На графике по оси абсцисс отложена размерность ОБПФ в логарифмическом масштабе (по основанию 2), а по оси ординат – усредненное значение пик-фактора по всем возможным символам ансамбля.

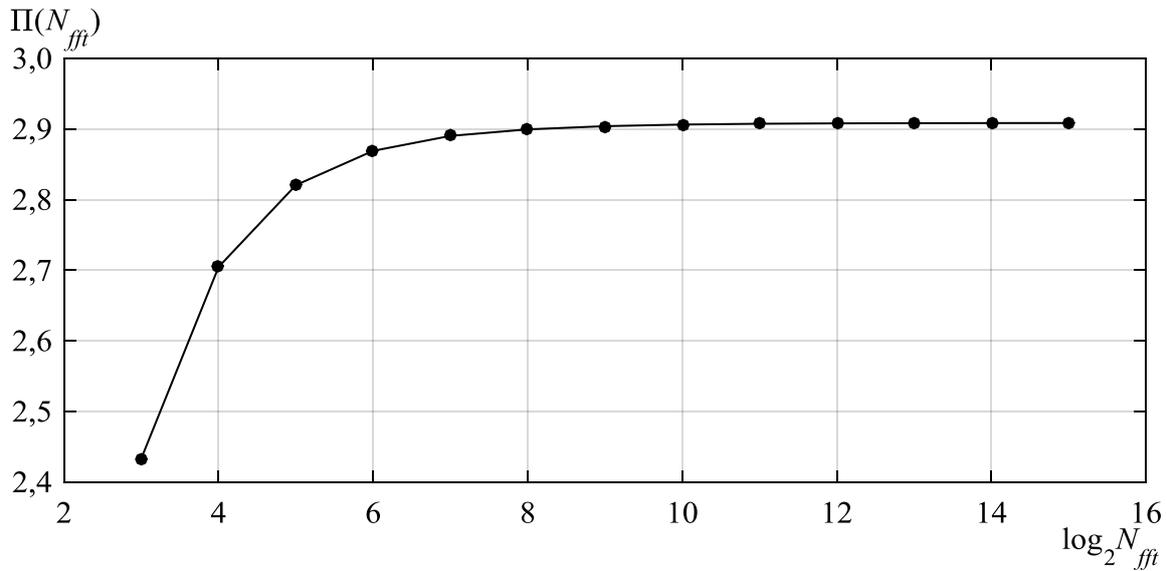


Рис. 2.3. Зависимость среднего по ансамблю пик-фактора от размерности ОБПФ для  $\alpha = 3/4$  и пяти поднесущих с ФМ-4

Из рис. 2.3 видно, что кривая выходит в насыщение при  $N_{FFT} = 128$ . Различие среднего значения пик-фактора для  $N_{FFT} = 128$  и  $N_{FFT} = 64$  составляет менее 1%, а различие между  $N_{FFT} = 64$  и  $N_{FFT} = 32$  – 2%.

## 2.2. Методика расчета выборочных среднего и дисперсии пик-фактора многочастотных сигналов

Напомним, что интерес представляют не значения пик-фактора отдельных символов, а их средние значения и дисперсии, а также вероятности превышения пик-фактора некоторого заданного порога.

Для нахождения оценок среднего значения и дисперсии пик-фактора генерируются выборки из  $N_{exp}$  OFDM- или SEFDM-символов. Находится пик-фактор на длительности каждого символа в соответствии с алгоритмом на рис. 2.2 и рассчитываются выборочное среднее значение и выборочная исправленная дисперсия по формулам (2.2) и (2.3).

$$\bar{\Pi} = \frac{1}{N_{exp}} \sum_{i=1}^{N_{exp}} \Pi_i \quad (2.2)$$

$$S^2 = \frac{1}{N_{exp} - 1} \sum_{i=1}^{N_{exp}} (\Pi_i - \bar{\Pi})^2 \quad (2.3)$$

Данные оценки также являются случайными величинами, их математическое ожидание равно оцениваемым параметрам:  $\mathbb{E}[\bar{\Pi}] = \mathbb{E}[\Pi]$ ,  $\mathbb{E}[S] = D[\Pi]$ . Также выборочное среднее и выборочная дисперсия сходятся по вероятности к математическому ожиданию и дисперсии пик-фактора:  $\bar{\Pi} \xrightarrow{\mathbb{P}} \mathbb{E}[\Pi]$ ,  $S \xrightarrow{\mathbb{P}} D[\Pi]$ . Это показывает, что при увеличении размера выборки  $N_{exp}$  значения оценок будут приближаться к действительным значениям параметров распределения пик-фактора.

На рис. 2.4 представлена блок-схема расчета выборочных среднего и дисперсии пик-фактора SEFDM-сигналов. Последовательно генерируются случайные манипуляционные символы с помощью равномерного распределения, далее, описанным в п. 1.1 способом формируются OFDM- или SEFDM-символы на повышенной частоте дискретизации и рассчитывается их пик-фактор. Результат накапливается в аккумуляторе. После анализа  $N_{exp}$  символов рассчитываются окончательные значения выборочного среднего или дисперсии.

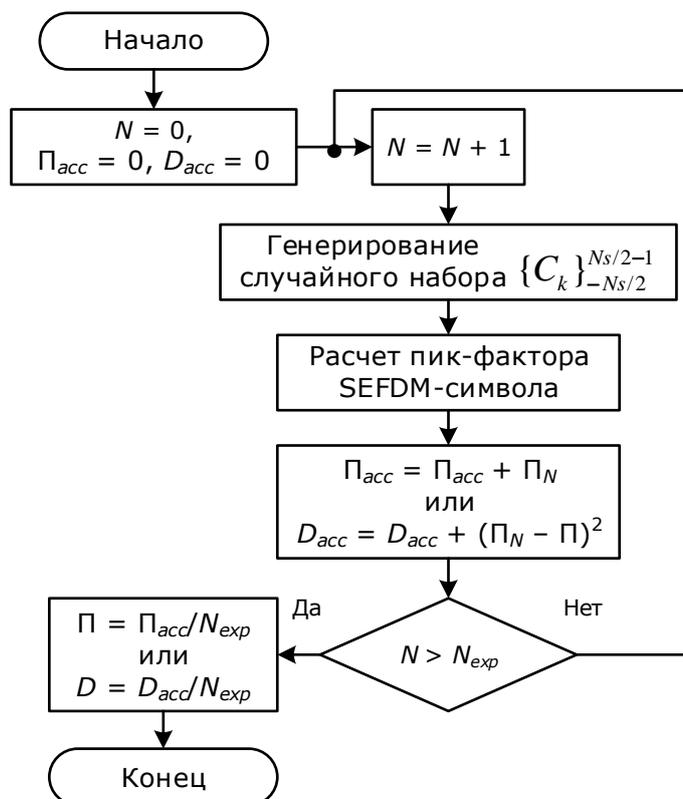


Рис. 2.4. Блок-схема алгоритмов расчета выборочных среднего и дисперсии пик-фактора многочастотных сигналов

### 2.3. Определение коэффициента передискретизации и размера выборки для корректного расчета пик-фактора

В ходе имитационного моделирования получены два типа зависимостей: зависимости выборочного среднего пик-фактора и выборочной дисперсии пик-фактора от размера генерируемой выборки  $N_{exp}$  и от коэффициента передискретизации  $K$ . При моделировании использовались параметры OFDM-сигналов, которые применяются в существующих беспроводных системах передачи данных (табл. 1.1).

На рис. 2.5 представлены зависимости выборочного среднего пик-фактора многочастотных сигналов с ортогональным и неортогональным ( $\alpha = 1/2$ ) частотным уплотнением от количества генерируемых OFDM- или SEFDM-символов соответственно. В соответствии с табл. 1.1, моделирование выполнено для 114, 1201 и 27841 информационных поднесущих в сигнале. Размерность ОБПФ была выбрана 128, 2048, 32768 соответственно. Методы модуляции – КАМ-4 и КАМ-64. Значения среднего пик-фактора отложены по оси ординат в децибелах, по оси абсцисс – размер выборки в логарифмическом масштабе.

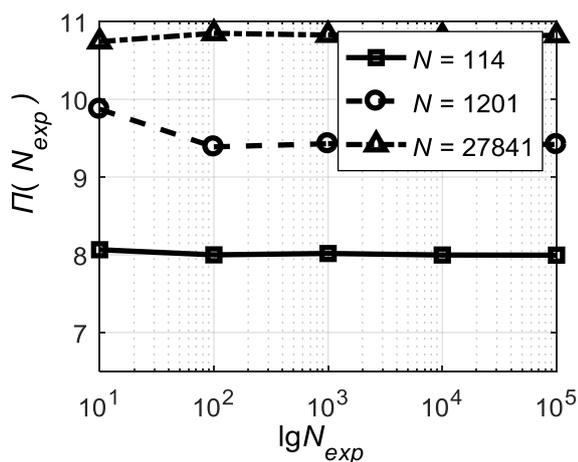
Из приведенных на рис. 2.5 графиков видно, что выборочное среднее пик-фактора многочастотных сигналов при любом числе информационных поднесущих, методе модуляции и коэффициенте уплотнения, рассмотренных в моделировании, практически не зависит от размера выборки при  $N_{exp} > 10^2$ .

При этом выборочное среднее пик-фактора SEFDM-символов меньше выборочного среднего пик-фактора OFDM-символов для любого числа информационных поднесущих. Как для OFDM-символов, так и для SEFDM-символов с ростом числа поднесущих средний пик-фактор увеличивается. Например, при размере выборки  $10^2$  среднее значение пик-фактора SEFDM-символа с 114 информационными поднесущими меньше среднего пик-фактора символа с 1201 поднесущими на 1.5 дБ при модуляции поднесущих КАМ-64.

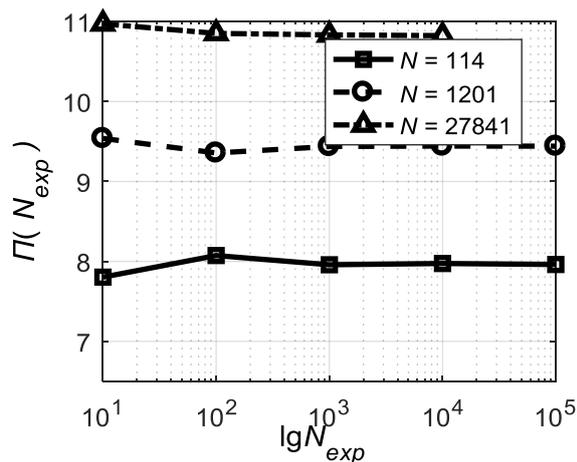
На рис. 2.6 представлены зависимости выборочной дисперсии пик-фактора многочастотных сигналов от количества генерируемых OFDM- или SEFDM-

символов соответственно. Условия моделирования не менялись. Значения выборочной дисперсии пик-фактора отложены по оси ординат без перевода в децибелы, на оси абсцисс – размер выборки в логарифмическом масштабе. Выборочная дисперсия не увеличивается с ростом числа информационных поднесущих. Выборочная дисперсия многочастотных сигналов независимо от числа поднесущих и коэффициента уплотнения практически не зависит от размера выборки при  $N_{exp} > 10^3$ .

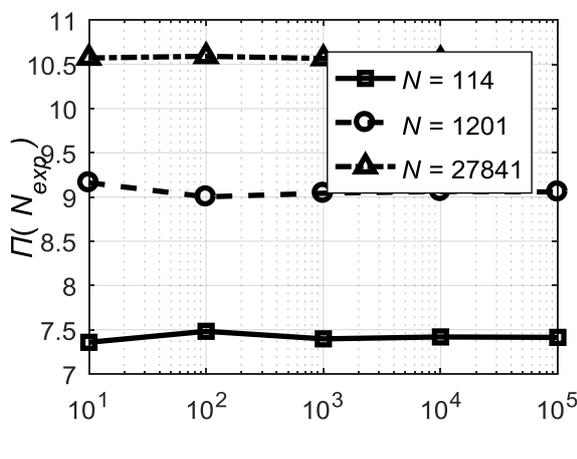
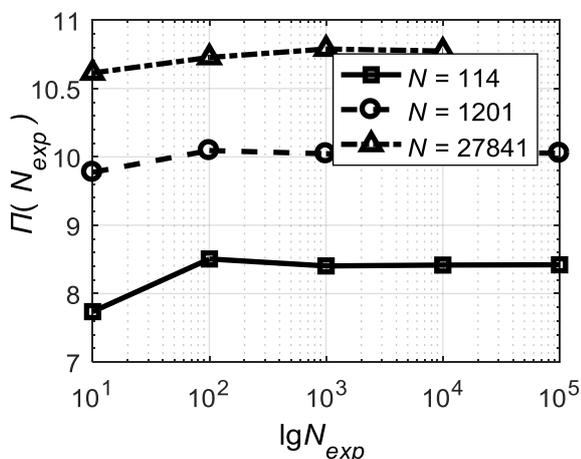
Увеличение размера выборки влечет за собой возрастание вычислительной сложности моделирования. Полученные результаты показывают, что для моделирования достаточно размера выборки  $N_{exp} = 10^4$ . Данное значение будет использоваться в следующих экспериментах.



а) OFDM, KAM-4



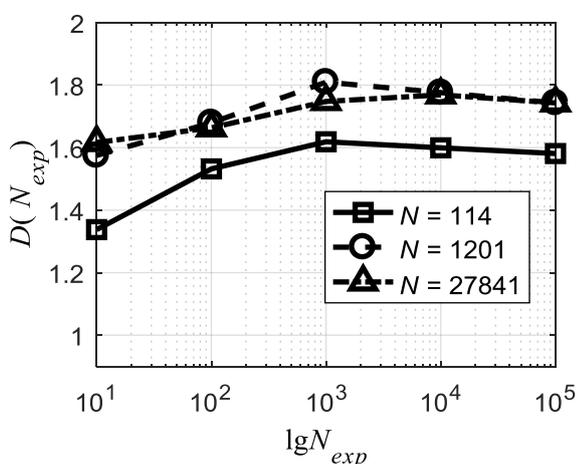
б) OFDM, KAM-64



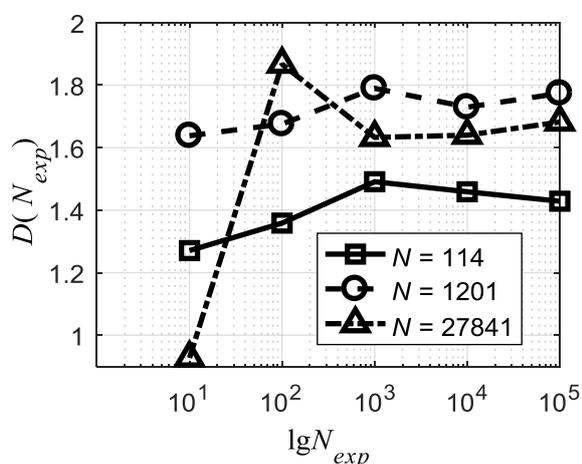
в) SEFDM, КАМ-4,  $\alpha = 1/2$

г) SEFDM, КАМ-64,  $\alpha = 1/2$

Рис. 2.5. Зависимость мат. ожидания пик-фактора многочастотных сигналов от количества экспериментов при различном количестве поднесущих и способах модуляции



а) OFDM, КАМ-64



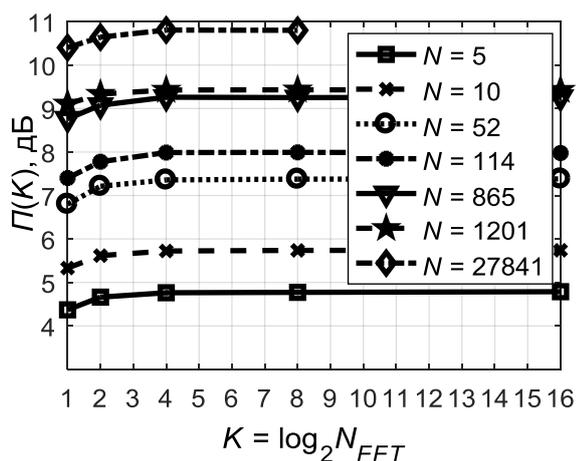
б) SEFDM, КАМ-64,  $\alpha = 1/2$

Рис. 2.6. Зависимость дисперсии пик-фактора многочастотных сигналов от количества экспериментов при различном количестве поднесущих и способах модуляции

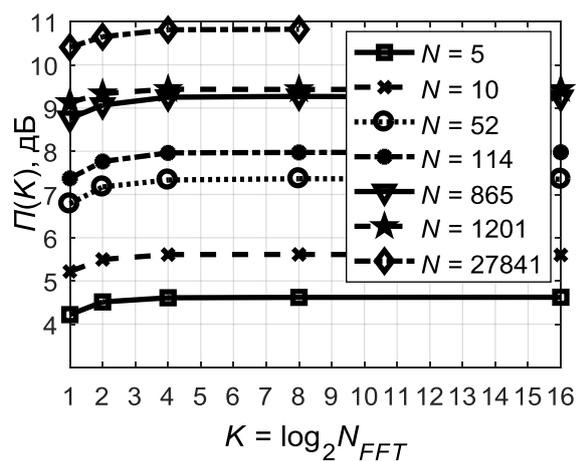
На рис. 2.7 представлены зависимости выборочного среднего пик-фактора OFDM- и SEFDM-сигналов от коэффициента передискретизации  $K$ . В соответствии с табл. 1.1, моделирование проводилось для 5, 10, 52, 114, 865, 1201, 27841 информационных поднесущих и размерностей ОБПФ до передискретизации 8, 16, 64, 128, 1024, 2048, 32786 соответственно. Коэффициент уплотнения SEFDM-символов  $\alpha = 0.5$ . Методы модуляции – КАМ-4 и КАМ-64. Среднее значение пик-фактора считается для исходной размерности ОБПФ и для размерности, увеличенной в  $K$  раз. По представленным зависимостям видно, что выборочное среднее пик-фактора почти перестает зависеть от коэффициента передискретизации при  $K > 4$ . Это означает, что временные отсчеты дискретных OFDM- и SEFDM-сигналов берутся достаточно часто для определения пиковой мощности аналогового сигнала. С другой стороны применение низкого коэффициента пе-

редискретизации ( $1 < K < 4$ ) при расчете пик-фактора может приводить к ошибкам до 1 дБ. Такая ошибка при анализе различных алгоритмов снижения пик-фактора является недопустимой и приводит к некорректным результатам.

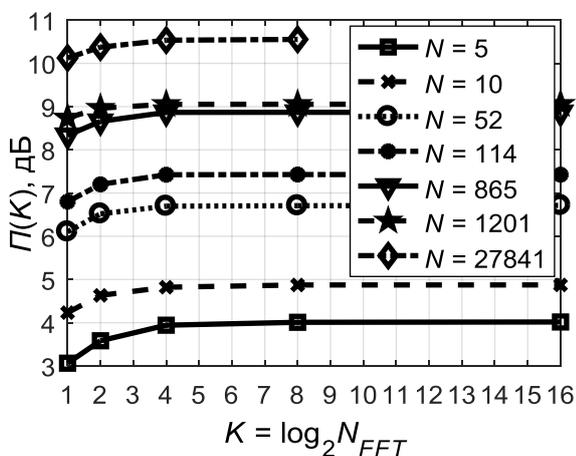
Вычислительная сложность алгоритма ОБПФ равна:  $O(N_{IFFT} \log_2 N_{IFFT})$  операций. В свою очередь для символа с передискретизацией –  $O(KN_{IFFT} \log_2 KN_{IFFT})$ . Тогда, например, для SEFDM-сигнала с 865 информационными поднесущими и исходной размерностью ОБПФ 1024 разница средних значений пик-фактора при  $K = 1$  и  $K = 2$  составляет 0.337 дБ, а вычислительная сложность повышается в 2.2 раза. Для этого же сигнала разность среднего пик-фактора при  $K = 2$  и  $K = 4$  составляет 0.18 дБ, а вычислительная сложность повышается в 2.18 раз. Дальнейшее увеличение размерности ОБПФ не влечет существенного выигрыша в точности расчета пик-фактора.



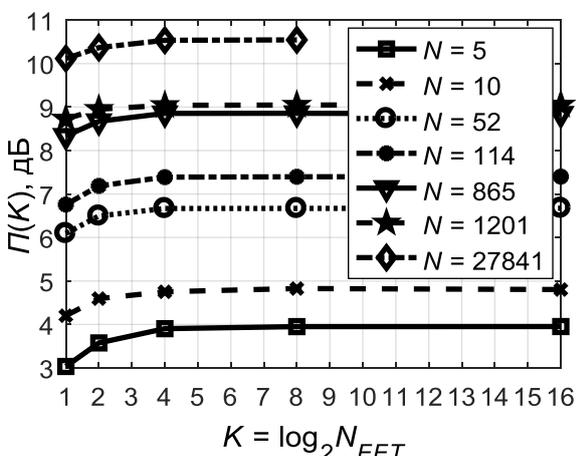
а) OFDM, КАМ-4



б) OFDM, КАМ-64



в) SEFDM, КАМ-4,  $\alpha = 1/2$



г) SEFDM, КАМ-64,  $\alpha = 1/2$

Рис. 2.7. Зависимость мат. ожидания пик-фактора многочастотных сигналов от коэффициента передискретизации при различном количестве поднесущих и способах модуляции

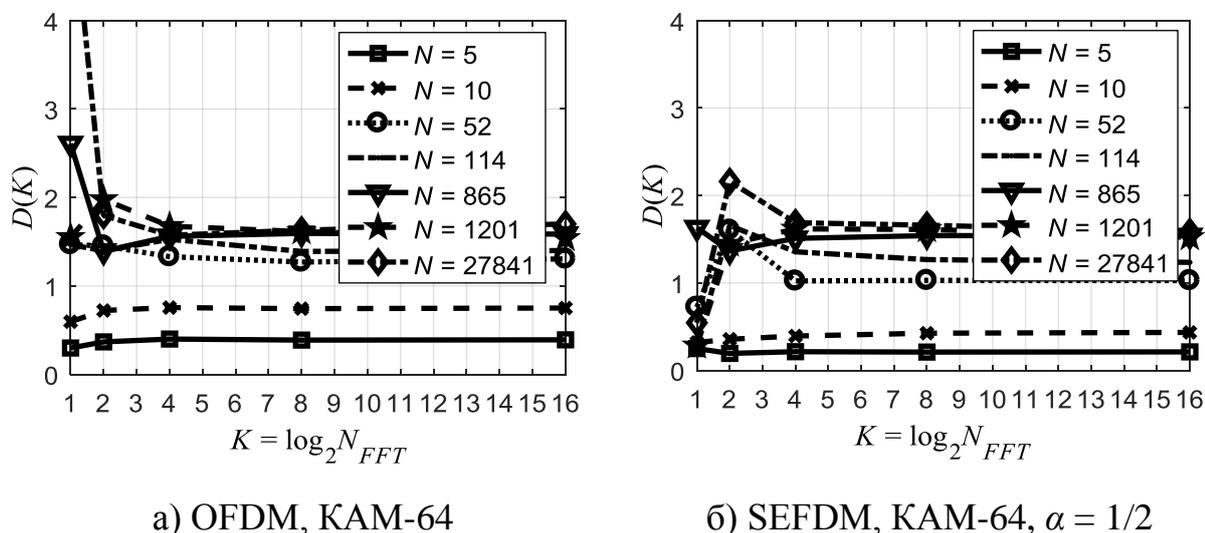


Рис. 2.8. Зависимость дисперсии пик-фактора многочастотных сигналов от коэффициента передискретизации при различном количестве поднесущих и способах модуляции

На рис. 2.8 представлены зависимости выборочной дисперсии пик-фактора OFDM- и SEFDM-сигналов от коэффициента передискретизации. По полученным зависимостям видно, что для низкого числа информационных поднесущих (5, 10) выборочная дисперсия пик-фактора почти не изменяется при всех значениях коэффициента передискретизации. Для большего числа поднесущих выборочная дисперсия почти перестает изменяться при коэффициенте передискретизации  $K > 4$ .

#### 2.4. Описание разработанной имитационной модели для расчета вероятностных характеристик пик-фактора многочастотных сигналов

Для получения вероятностных характеристик в среде Matlab были разработаны две программные модели: модель, формирующая все возможные комбинации манипуляционных символов, и модель, формирующая манипуляционные

символы с использованием генератора случайных чисел в соответствии с рис. 2.9. Вторая модель используется для расчета пик-фактора сигналов с большим количеством поднесущих (больше 15) или объема канального алфавита (больше 16). К примеру, для случая пяти поднесущих и КАМ-64 целесообразно использовать вторую модель (как отмечалось выше, такой переход необходим из-за миллиарда возможных комбинаций манипуляционных символов).

В разработанных моделях используется метод формирования SEFDM-сигнала, основанный на усечении сигнала во временной области на заданное количество отсчетов, выраженное через коэффициент уплотнения  $\alpha$  (п. 1.1). В программной модели средняя мощность представляется как среднее значение результатов комплексного умножения отсчетов сигнала во временной области на отсчеты с комплексным сопряжением. Защитные интервалы слева и справа от ненулевых поднесущих формируются в соответствии с заданной размерностью ОБПФ.

Блок-схема для расчета пик-фактора для всех комбинаций манипуляционных символов представлена на рис. 2.10.

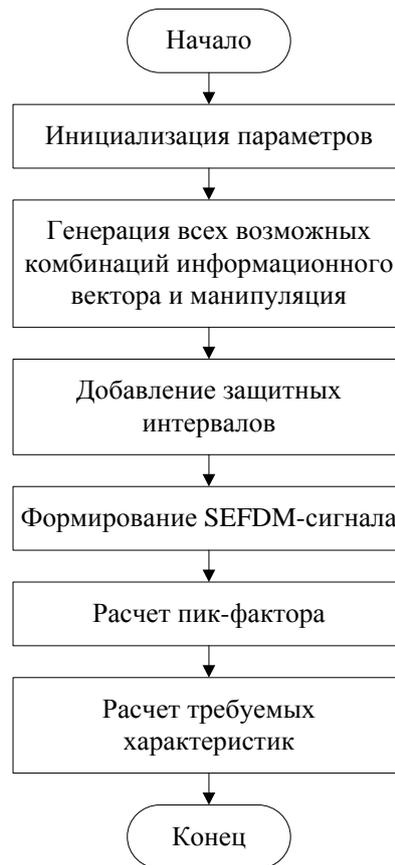


Рис. 2.9. Структурная схема разработанной имитационной модели для расчета пик-фактора на основе всех возможных для заданных параметров сигнала комбинаций манипуляционных символов

В первом блоке осуществляется инициализация параметров: размерность ОБПФ, объем алфавита, количество используемых поднесущих и коэффициент уплотнения. В следующем блоке осуществляется процесс манипуляции поднесущих выбранным методом: ФМ-2, ФМ-4, КАМ-16 или КАМ-64. Слова генерируются числовой последовательностью от нуля до заданного значения количества слов, выраженного как результат возведения объема алфавита в степень количества используемых поднесущих. Следующим этапом осуществляется добавление защитных интервалов и формирование SEFDM-сигнала, после чего производится расчет пик-фактора и вычисление его среднего значения, дисперсии и построение интегрального распределения.

Блок-схема второй программы, осуществляющей случайный перебор коэффициентов информационного вектора с использованием генератора псевдослучайных последовательностей с равномерным распределением, представлена на рис. 2.10.

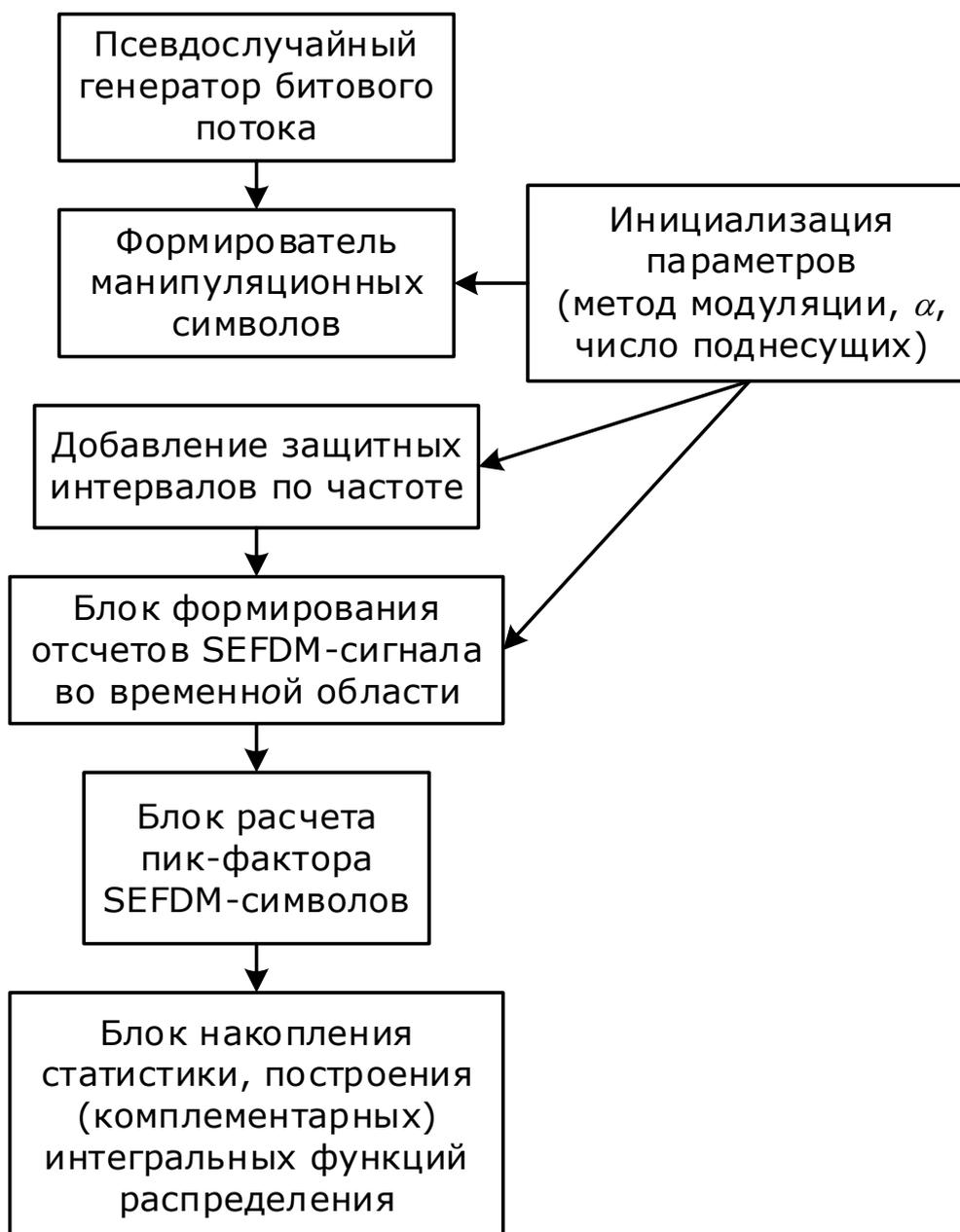


Рис. 2.10. Структурная схема разработанной имитационной модели для расчета пик-фактора с использованием генератора случайных манипуляционных символов

Отличие блок-схем второй программы от первой состоит в использовании генератора псевдослучайных последовательностей. Для ускорения расчета и экономии требуемой для расчета памяти количество манипуляционных символов делится на равные части, которые поступают на блок ОБПФ. Алгоритм расчета требуемых характеристик аналогичен предыдущему случаю.

## 2.5. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины пик-фактора SEFDM-сигналов

Получим оценки выборочного среднего и дисперсии пик-фактора много-частотных сигналов с помощью разработанных имитационных моделей для пяти поднесущих частот для различных методов манипуляции и коэффициентов уплотнения  $\alpha$ : 1/2, 3/4, 7/8, 15/16, 1. Для формирования символов с КАМ-64 будем использовать программу случайного перебора значений информационного вектора.

Результаты моделирования для  $N_{FFT} = 32$  приведены в таблице 2.1. В таблице  $E(s, \alpha)$  и  $D(s, \alpha)$  – выборочное среднее и дисперсия пик-фактора соответственно.

Таблица 2.1. Выборочное среднее и дисперсия пик-фактора для пяти поднесущих частот для различных методов манипуляции и коэффициентов уплотнения

Метод манипуляции	$\alpha$	$E(s, \alpha)$	$D(s, \alpha)$
ФМ-2	0,50	2,62	0,87
	0,75	2,70	1,20
	0,88	2,70	1,55
	0,94	2,67	1,31
	1,00	2,63	0,89
ФМ-4	0,50	2,42	0,43

	0,75	2,82	0,67
	0,88	2,97	0,73
	0,94	2,98	0,65
	1,00	2,99	0,61
КАМ-16	0,50	2,40	0,45
	0,75	2,74	0,54
	0,88	2,87	0,53
	0,94	2,89	0,47
	1,00	2,89	0,43
КАМ-64	0,50	2,38	0,43
	0,75	2,73	0,54
	0,88	2,87	0,54
	0,94	2,87	0,44
	1,00	2,87	0,42

Из таблицы 2.1 видно, что при увеличении объема алфавита с двух точек до четырех средняя величина пик-фактора возрастает на 10%, а при его увеличении до 16 или до 64 точек она возрастает приблизительно на 6% относительно ФМ-2. Для ФМ-2 максимальное значение среднего пик-фактора было получено при значении  $\alpha$ , равном  $3/4$  и  $7/8$ , при увеличении  $\alpha$  до 1 максимальное значение среднего пик-фактора снизилось приблизительно на 3%. Для остальных типов манипуляции при увеличении  $\alpha$  с 0,5 до 1 величины математического ожидания возрастали примерно на 20%. Максимальным значением среднего пик-фактора обладает сигнал с ФМ-4 с коэффициентом уплотнения  $\alpha$ , равным  $7/8$ . Величины дисперсии изменяются незначительно для всех случаев, за исключением ФМ-2, где это изменение составляет 78%.

На рис. 2.11 представлены интегральные функции распределения для случая  $\alpha = 3/4$  и методов манипуляции: ФМ-2, ФМ-4, КАМ-16 и КАМ-64. На рисунке по оси абсцисс отложены усредненные значения пик-фактора по ансамблю SEFDM-сигналов, а по оси ординат – значения интегральной функции распределения пик-фактора  $F(\Pi)$ . Из рисунка видно, что интегральные функции распределения для КАМ-16 и КАМ-64 практически совпадают. Также из рисунка можно заметить, что величина пик-фактора SEFDM-сигналов для ФМ-4 будет не больше 2 с вероятностью 0,15, не больше 3 с вероятностью 0,65.

Вычисляя для каждого информационного слова пик-фактор соответствующего SEFDM-символа и сортируя полученные результаты по возрастанию можно получить зависимость пик-фактора SEFDM-сигнала от порядкового номера в неубывающем виде. Такая зависимость для случая  $\alpha = 3/4$  представлена на рис. 2.12. На рисунке по оси абсцисс отложен порядковый номер  $N$  сигнала, а по оси ординат – упорядоченные по возрастанию значения пик-фактора  $\Pi$  SEFDM-сигнала. Из представленного рисунка видно, что большинство символов имеют пик-фактор от двух до четырех, что свидетельствует об относительно небольшой дисперсии распределения.

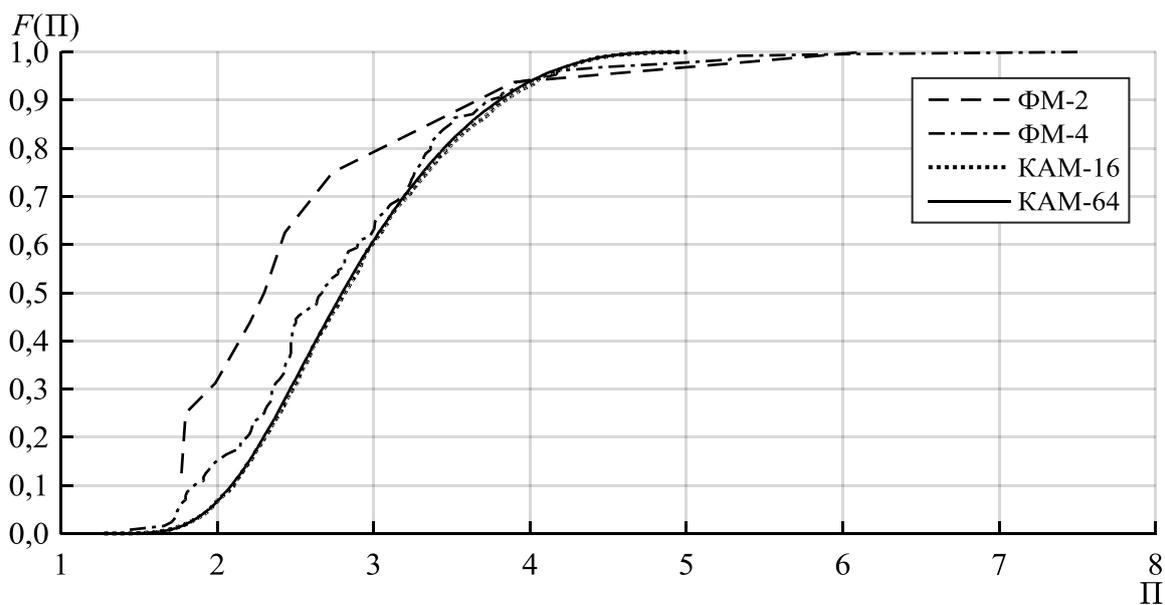


Рис. 2.11. Интегральные функции распределения пик-фактора SEFDM-сигнала с четырьмя методами манипуляции, 5 поднесущими и  $\alpha = 3/4$

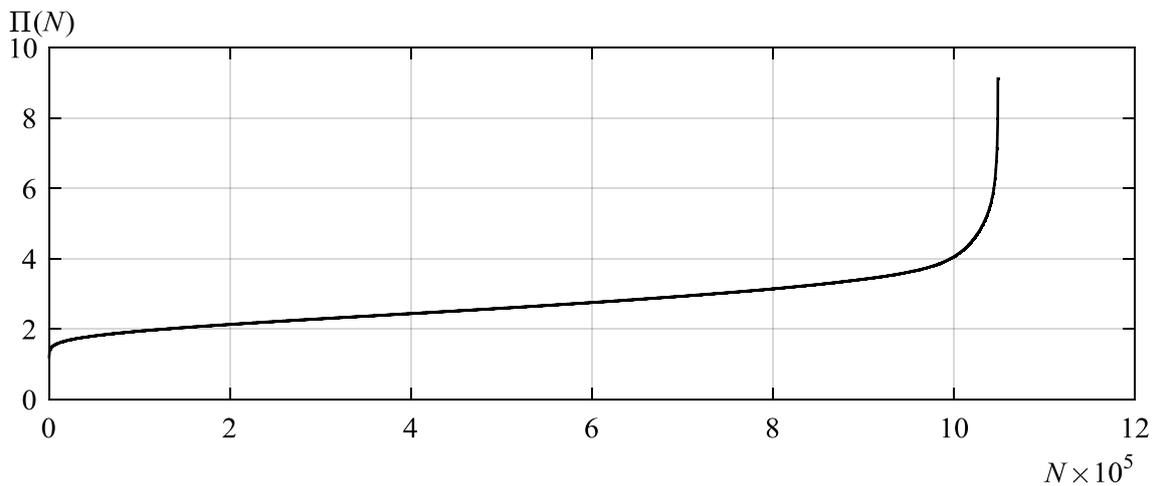


Рис. 2.12. Зависимость отсортированных по возрастанию значений пик-фактора SEFDM-сигнала от порядкового номера для сигнала с КАМ-16, 5 поднесущими и  $\alpha = 3/4$

При увеличении количества поднесущих наблюдается возрастание усредненного по ансамблю сигналов значения пик-фактора, которое отражено в таблице 2.2. В этой таблице приведены значения математических ожиданий и дисперсий сигналов с 5 и с 1024 ( $N_{FFT} = 4096$ ) поднесущими частотами.

Таблица 2.2 Таблица значений  $E(s, \Pi)$  и  $D(s, \Pi)$  для разного числа поднесущих

Метод манипуляции	$\alpha$	$E(s, \Pi)$ для 5 поднес.	$D(s, \Pi)$ для 5 поднес.	$E(s, \Pi)$ для 1024 поднес.	$D(s, \Pi)$ для 1024 поднес.
ФМ-2	0,50	2,62	0,87	7,77	1,80
	0,75	2,70	1,20	7,78	1,82
	0,88	2,70	1,55	7,78	1,81
	0,94	2,67	1,31	7,78	1,81
	1,00	2,63	0,89	7,78	1,81

ФМ-4	0,50	2,42	0,43	7,72	1,68
	0,75	2,82	0,67	8,17	1,77
	0,88	2,97	0,73	8,34	1,78
	0,94	2,98	0,65	8,42	1,78
	1,00	2,99	0,61	8,49	1,79
КАМ-16	0,50	2,40	0,45	7,75	1,67
	0,75	2,74	0,54	8,18	1,70
	0,88	2,87	0,53	8,33	1,71
	0,94	2,89	0,47	8,40	1,71
	1,00	2,89	0,43	8,47	1,71
КАМ-64	0,50	2,38	0,43	7,73	1,67
	0,75	2,73	0,54	8,16	1,72
	0,88	2,87	0,54	8,33	1,72
	0,94	2,87	0,44	8,40	1,72
	1,00	2,87	0,42	8,47	1,72

Для построения SEFDM-сигналов был использован метод с отбрасыванием отсчетов (рис. 1.2), в котором сохранялись первые  $L = N\alpha$  отсчетов ортогонального сигнала, а остальные отсчеты отбрасывались. Отсчеты для отбрасывания определяются исходя из наибольшего количества SEFDM-символов с минимальным пик-фактором среди всех символов.

Для исследования сдвига, обеспечивающего минимальный пик-фактор, разработан алгоритм расчета пик-фактора для каждого символа для всех возможных сдвигов, определяемых  $\alpha$  и  $N_{FFT}$ . Результатом работы программы является распределение зависимости сдвига от номера символа. Распределение имеет вид

точек, стоящих на пересечении оси величины сдвига и номера символа  $N$ , означающих минимальный получаемый пик-фактор при данной позиции сдвига и номера символа. На рис. 2.13 представлено это распределение для  $N_{FFT} = 32$ ,  $\alpha = 3/4$  и ФМ-2 (количество возможных сдвигов  $32 - 32 \cdot 3/4 + 1 = 9$ ). Из рис. 2.13 видно, что большее число минимальных пик-факторов для ФМ-2 расположено при сдвиге на 4 и 5 отсчетов, то есть при отбрасывании отсчетов в равном количестве слева и справа от сгенерированного OFDM-символа. Распределение количества минимальных пик-факторов для ФМ-2 с теми же параметрами (рис. 2.13) с использованием сортировки значений пик-фактора представлено на рис. 2.14.

Для ФМ-4 (рис. 2.15) наблюдается обратная ситуация: большее количество SEFDM-сигналов с минимальным пик-фактором формируется при отбрасывании отсчетов либо слева, либо справа от OFDM-сигнала.

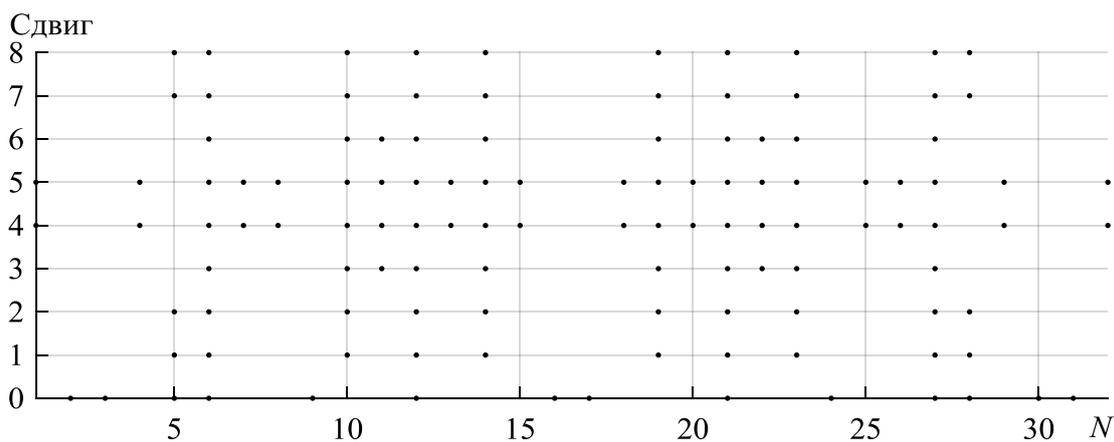
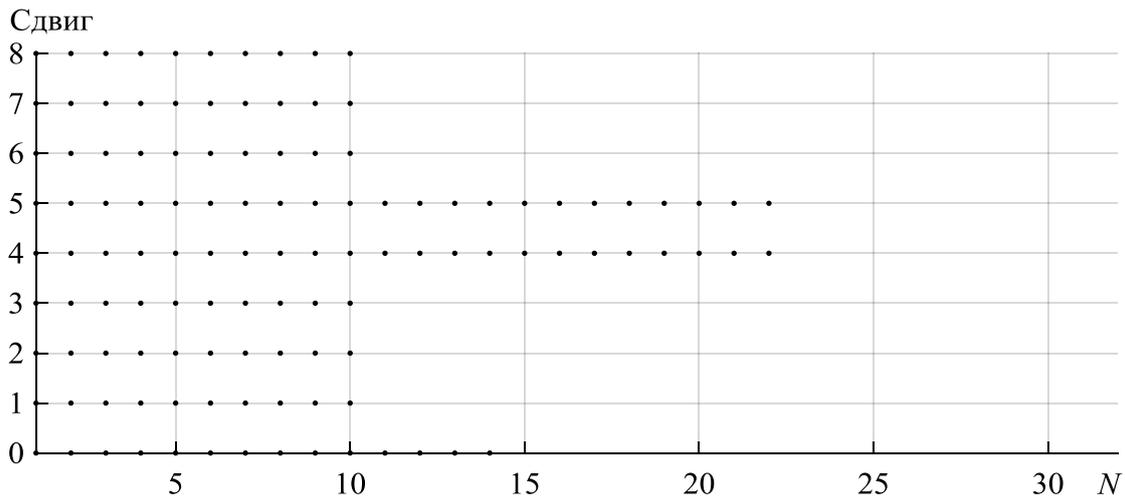


Рис. 2.13. Позиции символов с минимальным пик-фактором для различных сдвигов и различных номеров символов для SEFDM-сигналов с параметрами  $N_{FFT} = 32$ ,  $\alpha = 3/4$ , ФМ-2, 5 поднесущих



2.14. Количество минимальных пик-факторов для различных сдвигов для SEFDM-сигналов с параметрами  $N_{FFT} = 32$ ,  $\alpha = 3/4$ , ФМ-2

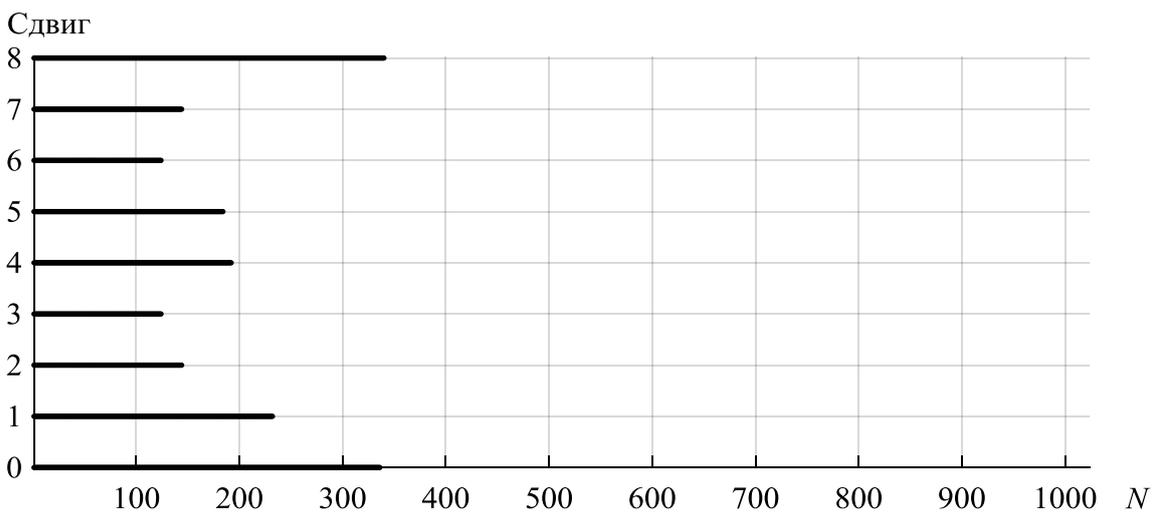


Рис. 2.15. Количество минимальных пик-факторов для различных сдвигов для сигналов с SEFDM с параметрами  $N_{FFT} = 32$ ,  $\alpha = 3/4$ , ФМ-4

Таким образом, при объеме алфавита больше четырех целесообразно отбрасывать отсчеты при формировании SEFDM-символов только в начале или в конце символа. Количество минимальных пик-факторов при отбрасывании отсчетов в конце символа для ФМ-4 и 5 поднесущих составляет 340, а при отбрасывании с начала – 336. В настоящей работе при формировании всех SEFDM-символов отбрасываются отсчеты с конца символа.

В таблице 1.1 были приведены параметры многочастотных сигналов современных беспроводных систем передачи данных с OFDM: количество поднесущих, размерность ОБПФ и занимаемая полоса частот. Рассматривались сигналы: Wi-Fi-a,g, Wi-Fi-n, WiMAX, LTE, DVB-T2. В таблицах 2.3-2.7 приведены результаты вычисления выборочных среднего и дисперсий для сигналов указанных систем для четырех видов манипуляций: ФМ-2, ФМ-4, КАМ-16 и КАМ-64. Для DVB-T2 (27841 поднесущих при  $N_{FFT} = 32768$ ) при имитационном моделировании было проведено  $5 \cdot 10^3$  испытаний (ограничено ресурсами вычислителя). Для остальных сигналов с меньшим числом поднесущих было проведено  $10^5$  испытаний.

**Результаты расчета математических ожиданий и дисперсий для различного числа поднесущих частот в широко используемых системах связи**

Таблица 2.3. Сигнал Wi-Fi-ag,  $N_{FFT} = 128$ ,  
 $N_{used} = 52$

Метод манипуляции	$\alpha$	$E(\Pi)$	$D(\Pi)$
ФМ-2	0,50	4,61	1,38
	0,75	4,69	1,67
	0,88	4,68	1,64
	0,94	4,68	1,62
	1,00	4,67	1,56
ФМ-4	0,50	4,49	1,15
	0,75	4,93	1,32
	0,88	5,10	1,39
	0,94	5,18	1,41
	1,00	5,25	1,42
КАМ-16	0,50	4,46	1,13
	0,75	4,90	1,28
	0,88	5,07	1,35
	0,94	5,15	1,37
	1,00	5,22	1,39
КАМ-64	0,50	4,46	1,11
	0,75	4,89	1,26
	0,88	5,06	1,30
	0,94	5,13	1,32
	1,00	5,20	1,34

Таблица 2.4. Сигнал Wi-Fi-n,  $N_{FFT} = 128$ ,  
 $N_{used} = 114$

Метод манипуляции	$\alpha$	$E(\Pi)$	$D(\Pi)$
ФМ-2	0,50	4,85	1,39
	0,75	4,93	1,58
	0,88	4,92	1,56
	0,94	4,92	1,56
	1,00	4,92	1,54
ФМ-4	0,50	4,78	1,33
	0,75	5,19	1,41
	0,88	5,34	1,45
	0,94	5,42	1,49
	1,00	5,49	1,50
КАМ-16	0,50	4,76	1,29
	0,75	5,16	1,38
	0,88	5,31	1,39
	0,94	5,38	1,41
	1,00	5,45	1,43
КАМ-64	0,50	4,75	1,25
	0,75	5,16	1,36
	0,88	5,32	1,38
	0,94	5,39	1,40
	1,00	5,46	1,43

Таблица 2.5. Сигнал WiMAX,  $N_{FFT} = 1024$ ,  
 $N_{used} = 865$

Метод манипуляции	$\alpha$	$E(\Pi)$	$D(\Pi)$
ФМ-2	0,50	6,85	1,61
	0,75	6,87	1,67
	0,88	6,87	1,66
	0,94	6,87	1,66
	1,00	6,87	1,65
ФМ-4	0,50	6,82	1,57
	0,75	7,24	1,59
	0,88	7,39	1,60
	0,94	7,46	1,60
	1,00	7,52	1,60
КАМ-16	0,50	6,82	1,55
	0,75	7,23	1,57
	0,88	7,38	1,58
	0,94	7,45	1,59
	1,00	7,52	1,60
КАМ-64	0,50	6,81	1,55
	0,75	7,23	1,58
	0,88	7,38	1,59
	0,94	7,45	1,60
	1,00	7,51	1,60

Таблица 2.6. Сигнал LTE,  $N_{FFT} = 2048$ ,  
 $N_{used} = 1201$

Метод манипуляции	$\alpha$	$E(\Pi)$	$D(\Pi)$
ФМ-2	0,50	7,52	1,63
	0,75	7,54	1,67
	0,88	7,54	1,67
	0,94	7,54	1,67
	1,00	7,54	1,67
ФМ-4	0,50	7,50	1,63
	0,75	7,90	1,63
	0,88	8,06	1,61
	0,94	8,12	1,60
	1,00	8,19	1,61
КАМ-16	0,50	7,46	1,60
	0,75	7,88	1,60
	0,88	8,04	1,62
	0,94	8,11	1,62
	1,00	8,18	1,61
КАМ-64	0,50	7,48	1,55
	0,75	7,89	1,58
	0,88	8,04	1,60
	0,94	8,12	1,60
	1,00	8,18	1,61

Таблица 2.7. Сигнал DVB-T2,  $N_{FFT} = 32768$ ,  $N_{used} = 27841$

Метод манипуляции	$\alpha$	$E(\Pi)$	$D(\Pi)$
ФМ-2	0,50	10,29	1,70
	0,75	10,30	1,70
	0,88	10,30	1,70
	0,94	10,30	1,70
	1,00	10,30	1,70
ФМ-4	0,50	10,28	1,66
	0,75	10,68	1,69
	0,88	10,84	1,71
	0,94	10,92	1,72
	1,00	10,98	1,70
КАМ-16	0,50	10,25	1,60
	0,75	10,67	1,63
	0,88	10,82	1,64
	0,94	10,89	1,66
	1,00	10,95	1,66
КАМ-64	0,50	10,25	1,58
	0,75	10,67	1,55
	0,88	10,82	1,56
	0,94	10,90	1,57
	1,00	10,96	1,56.

## 2.6. Выборочное среднее многочастотных сигналов. Результаты имитационного моделирования

Как было замечено выше, при увеличении количества поднесущих происходит рост величины пик-фактора многочастотного сигнала независимо от способа манипуляции и коэффициента уплотнения. На рис. 2.16, 2.17 представлены зависимости выборочного среднего пик-фактора от коэффициента уплотнения и числа поднесущих в сигнале для методов манипуляции ФМ-2 и КАМ-64. По оси

абсцисс отложены значения коэффициентов уплотнения  $\alpha$ , по оси ординат – значения пик-фактора  $\Pi$  SEFDM-сигнала. Из рис. 2.16 видно, что для сигналов с ФМ-2 средняя величина пик-фактора постоянна не меняется в зависимости от количества поднесущих для любых коэффициентов уплотнения в пределах [0,5; 1]. На рис. 2.17 средняя величина пик-фактора для сигналов с КАМ-64 увеличивается при росте  $\alpha$  (на 0,5 для  $N = 32768$ ). На обоих рисунках рассматривались следующие значения коэффициентов уплотнения: 1/2, 3/4, 7/8, 15/16, 1. На рис. 2.16 и 2.17  $N$  – количество поднесущих, размерность ОБПФ превышает количество поднесущих в четыре раза. Вид характеристик для ФМ-4 и КАМ-16 схож с видом характеристик для КАМ-64. поэтому они приведены не были.

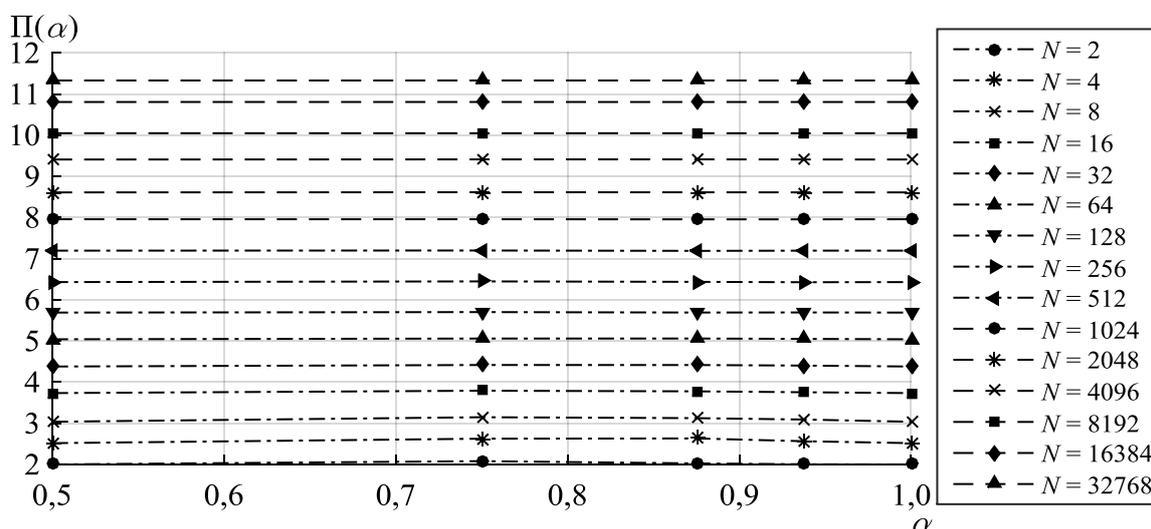


Рис. 2.16. Зависимости пик-фактора SEFDM-сигнала от коэффициентов уплотнения для различного количества поднесущих для сигналов с ФМ-2

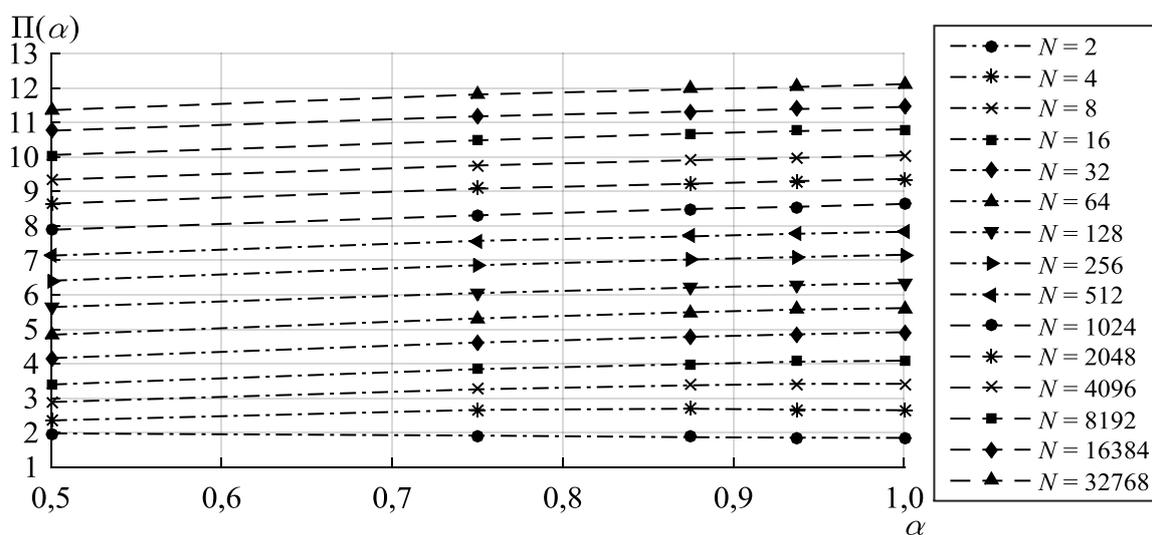


Рис. 2.17. Зависимости пик-фактора SEFDM-сигнала от коэффициентов уплотнения для различного количества поднесущих для сигналов с КАМ-64

На рис. 2.18 и 2.19 представлены зависимости выборочного среднего пик-фактора SEFDM-сигнала от количества поднесущих для различных значений коэффициента уплотнения  $\alpha$  для сигналов с ФМ-2 и с КАМ-64 соответственно. По оси абсцисс отложены значения количества поднесущих частот  $N$  в логарифмическом масштабе (логарифм по основанию 2), а по оси ординат – значения выборочного среднего пик-фактора  $\Pi$  SEFDM-сигнала. Для случая с ФМ-2 пик-фактор не зависит от коэффициента уплотнения при увеличении количества поднесущих частот (для ФМ-4, КАМ-16 и КАМ-64 присутствует слабо выраженная зависимость). Рис. 2.16-2.19 можно объединить в один трехмерный график, добавив дополнительные методы манипуляции (рис. 2.20). На рис. 2.20 по оси абсцисс отложены значения частотного уплотнения  $\alpha$ , по оси ординат – количество поднесущих  $N$ , по оси аппликат – значения пик-фактора  $\Pi$ .

Из приведенных зависимостей видно, что выборочное среднее пик-фактора многочастотных сигналов практически не зависит от коэффициента уплотнения для разного количества поднесущих, что говорит об отсутствии дополнительного энергетического проигрыша при переходе от OFDM-сигналов к SEFDM-сигналам, обусловленного увеличением пик-фактора (как может быть при переходе от прямоугольных огибающих к гладким).

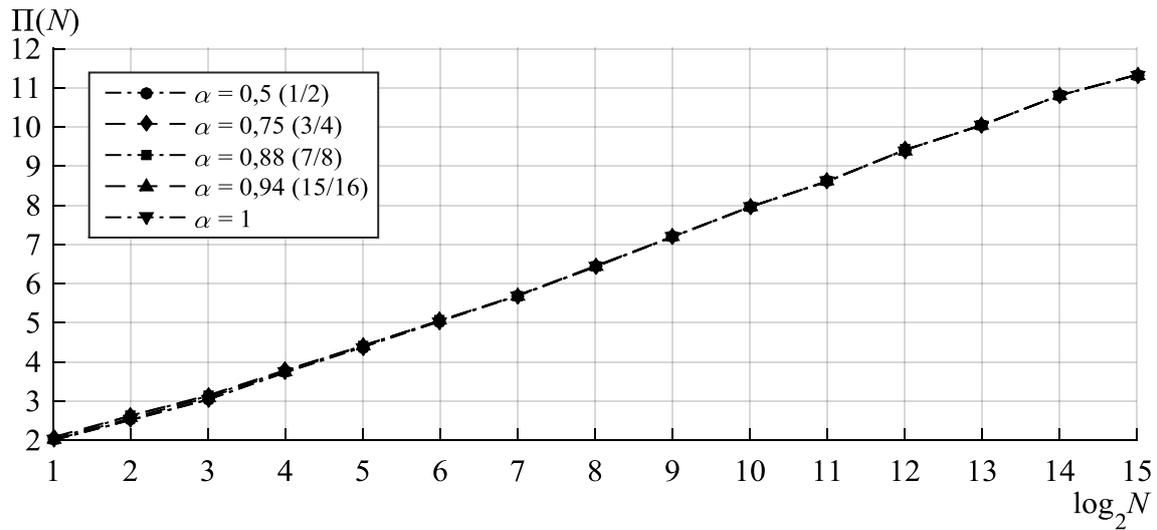


Рис. 2.18. Зависимости пик-фактора SEFDM-сигнала от количества поднесущих для различных значений коэффициента уплотнения для сигналов с ФМ-2

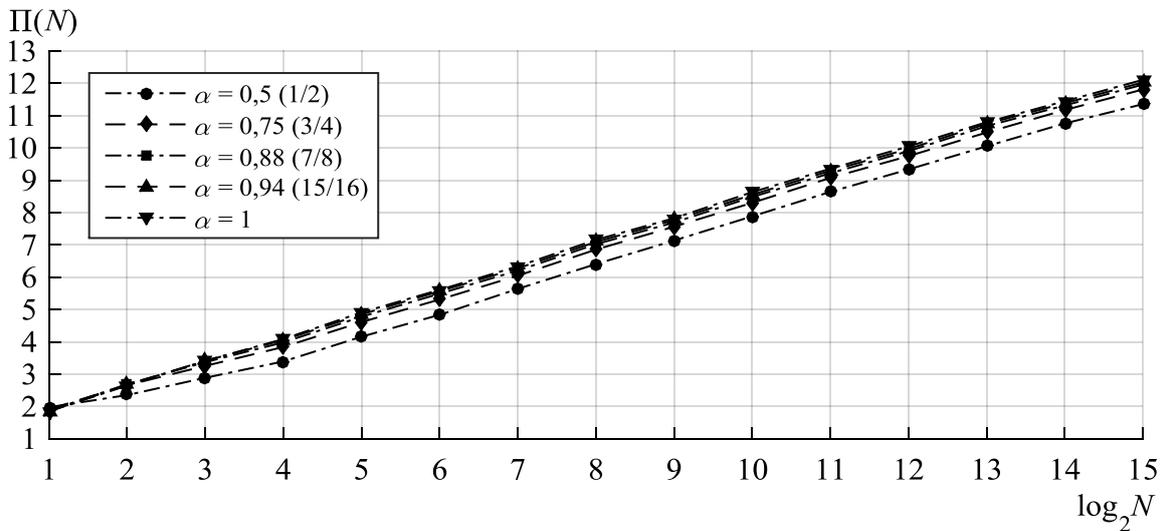


Рис. 2.19. Зависимости пик-фактора SEFDM-сигнала от количества поднесущих для различных значений коэффициента уплотнения для сигналов с КАМ-64

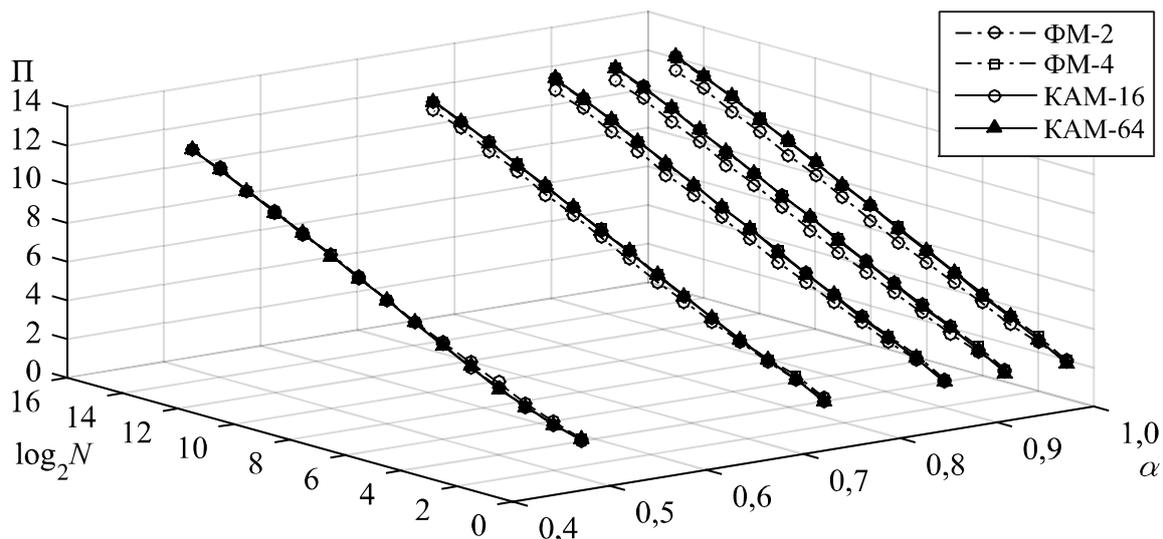


Рис. 2.20. Зависимости пик-фактора SEFDM-сигнала от количества поднесущих и различных значений коэффициента уплотнения для сигналов с ФМ-2, ФМ-4, КАМ-16 и КАМ-64

## 2.7. Выводы по разделу 0

1. Разработана методика расчета пик-фактора SEFDM-сигналов при различных коэффициентах уплотнения и количестве поднесущих. Показано, что коэффициенты передискретизации  $K$  и размер выборки  $N_{exp}$  должны быть выбраны равными 4 и  $10^3$  соответственно.

2. Показано, что независимо от способа модуляции (КАМ-4, КАМ-16, КАМ-64) и числа поднесущих (от 5 до 27841) повышение размерности ОБПФ в 4 раза позволяет уточнить результат расчета среднего пик-фактора на  $\sim 0.5$  дБ для OFDM-сигналов и на  $\sim 1$  дБ для SEFDM-сигналов с коэффициентом уплотнения  $1/2$ . Дальнейшее увеличение частоты дискретизации существенного увеличения точности не дает. Повышение точности расчетов достигается ценой повышения вычислительной сложности.

3. Разработана имитационная модель в среде Matlab для анализа выборочных среднего и дисперсии пик-фактора FDM-сигналов при различном количестве поднесущих коэффициентах уплотнения и способах модуляции. Расчет пик-фактора выполняется на повышенной частоте дискретизации.

4. Основное влияние на величину пик-фактора многочастотных сигналов оказывает количество поднесущих. При увеличении числа поднесущих от 8 до 32000 пик-фактор сигнала увеличивается с 2 дБ до 12 дБ.

5. Показано, что при снижении коэффициента уплотнения от 1 до 0,5 пик-фактор многочастотных сигналов снижается на ~0,7 дБ.

6. Метод модуляции (ФМ-2, ФМ-4, КАМ-16 и КАМ-64) не оказывает влияние на пик-фактор многочастотных сигналов.

### 3. Снижение пик-фактора многочастотных сигналов

Значительное снижение вычислительной сложности в TR возможно достичь благодаря формированию эквивалентных SEFDM-символов со случайными комплексными амплитудами. Очевидно, что в данном случае вычислительная сложность метода уже будет линейно зависеть от числа формируемых эквивалентных SEFDM-символов. Например, если число реализаций равно  $U$ , то потребуется  $UN_{FFT}\log_2N_{FFT}$  операций.

#### 3.1. Описание разработанного метода снижения пик-фактора

Напомним, что пик-фактор  $\Pi$  многочастотного сигнала – это отношение самой большой (пиковой) мощности  $P_{max}$  дискретного сигнала  $\{s_n\}_{n=0}^{L-1}$  к его средней мощности  $P_{cp}$ . Пик-фактор рассчитывается на длительности одного FDM-символа:

$$\Pi = \frac{P_{max}}{P_{cp}} = \frac{\max_{n=0, \dots, L-1} \{s_n^2\}}{P_{cp}}, \quad P_{cp} = \frac{1}{L} \sum_{n=0}^{L-1} |s_n|^2. \quad (0.1)$$

Пик-фактор многочастотного сигнала является случайной величиной и практический смысл имеют его выборочное среднее и дисперсия.

В основе метода снижения пик-фактора, предлагаемого в настоящей работе, лежит метод TR (п. 1.3.4). В предлагаемом методе к SEFDM-символу в частотной области добавляются корректирующие поднесущие, комплексные амплитуды которых выбираются таким образом, чтобы снизить пик-фактор. Следствием этого является расширение занимаемой полосы частот на  $N_{res}\Delta f$ ,  $N_{res}$  – число добавленных корректирующих поднесущих (рис. 3.1).

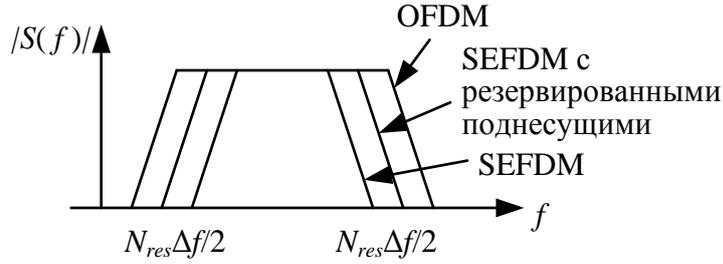


Рис. 3.1. Схематичное представление увеличения занимаемой полосы частот при добавлении корректирующих поднесущих

FDM-сигнал с корректирующими поднесущими по обеим сторонам от информационных поднесущих может быть записан как сумма (1.3) и компоненты  $s_n^{res}$ :

$$s_n^{red} = s_n + s_n^{res}, \quad (3.2)$$

$$s_n^{res} = \sum_{k=-(N+N_{res})/2}^{-N/2-1} C_k^{res} e^{j2\pi kn/N_{full}} + \sum_{k=N/2}^{(N+N_{res})/2-1} C_k^{res} e^{j2\pi kn/N_{full}}, \quad (3.3)$$

Где  $\{C_{-(N+N_{res})/2}^{res}, \dots, C_{-N/2-1}^{res}, C_{N/2}^{res}, \dots, C_{(N+N_{res})/2-1}^{res}\}^T = \mathbf{C}^{res}$  – вектор комплексных амплитуд корректирующих поднесущих,  $N_{res}$  – их количество,  $N$  – количество информационных поднесущих. Заметим, что  $N_{full}$  должно быть больше, чем  $N + 2N_{res}$ . Поднесущие, используемые в качестве защитного интервала, должны быть равны  $\{C_{-N_{full}/2}, \dots, C_{-(N+N_{res})/2}; C_{(N+N_{res})/2-1}, \dots, C_{N_{full}/2-1}\}^T = 0$ .  $C_k^{res}$  – комплексные амплитуды используемого канального алфавита.

Блок-схема добавления корректирующих поднесущих, описываемая (3.2) и (3.3), представлена на рис. 3.2.

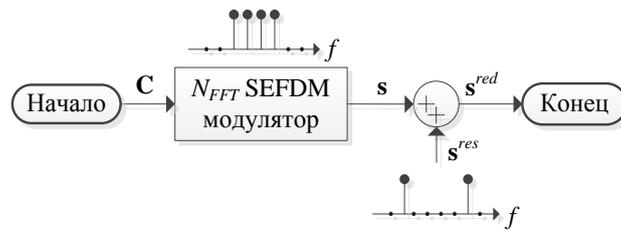


Рис. 3.2. Блок-схема добавления корректирующих поднесущих по обеим сторонам от информационных

Отметим, что  $s_n^{res}$  может содержать ненулевые элементы на любых позициях, для чего достаточно в (3.3) изменить индексы суммирования.

В разработанном алгоритме снижение пик-фактора для каждого многочастотного символа достигается путем генерирования некоторого числа случайных векторов  $\mathbf{C}^{res}$ . Вектор  $\mathbf{C}^{res}$ , обеспечивающий самое высокое снижение пик-фактора, используется в передаваемом многочастотном символе. При этом для хранения векторов  $\mathbf{s}^{res}$  требуется дополнительная память.

Основным недостатком такого алгоритма является его большая вычислительная сложность. Для значительного ( $\sim 1$  дБ) снижения пик-фактора требуется рассчитывать десятки или сотни значений пик-фактора для каждого передаваемого многочастотного символа. Каждый  $i$ -й расчет пик-фактора включает в себя расчет  $N_{FFT}$ -ОБПФ, значения  $P_{max}$  и  $P_{cp}$ ;  $I$  – общее число итераций этих расчетов. Блок-схема такого алгоритма представлена на рис. 3.3.

Прием SEFDM-сигналов с пониженным значением пик-фактора ничем не отличается от приема классических SEFDM-сигналов (рис. 3.4).

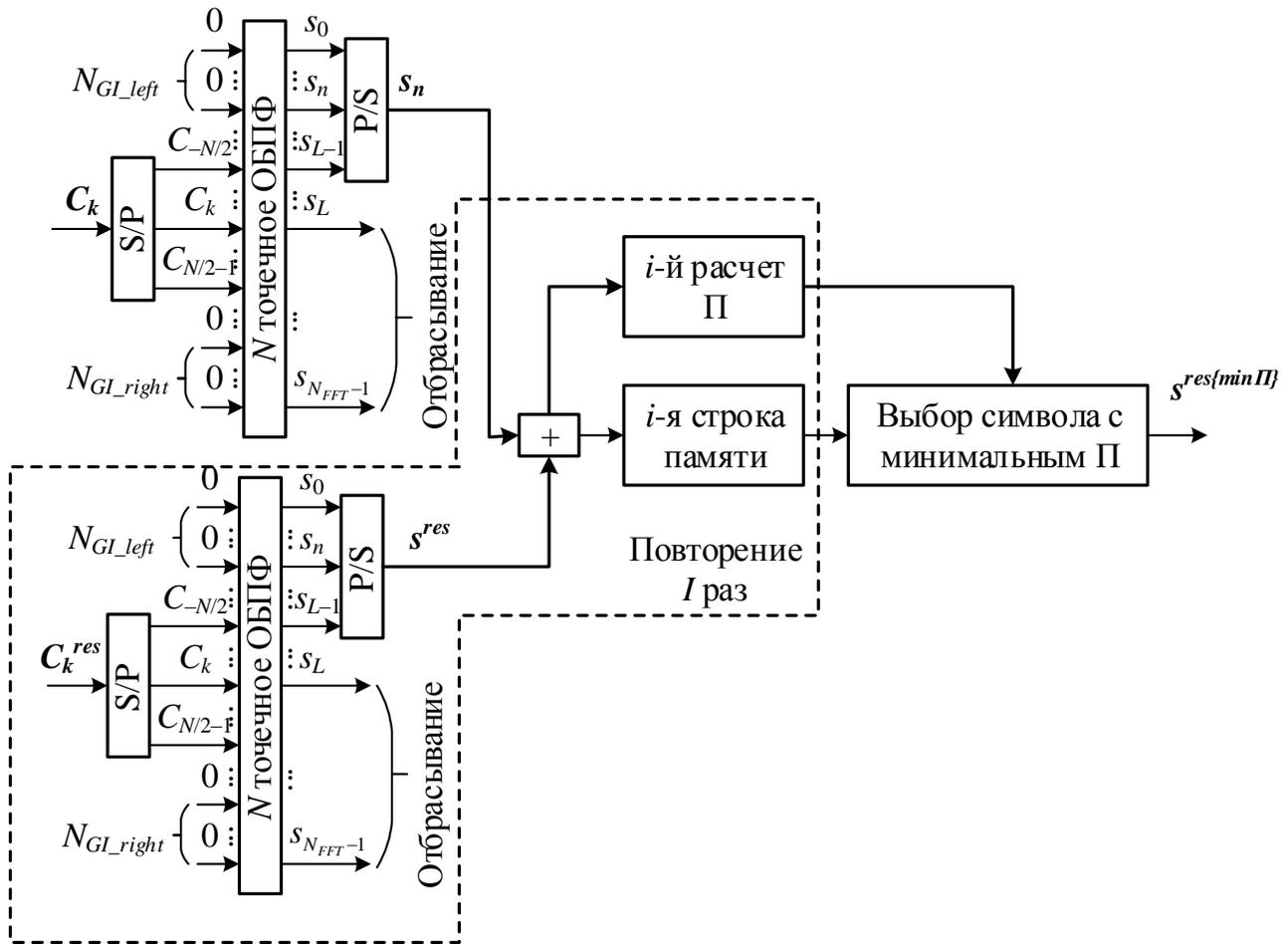


Рис. 3.3. Структурная схема формирователя SEFDM-сигналов с пониженным значением пик-фактора

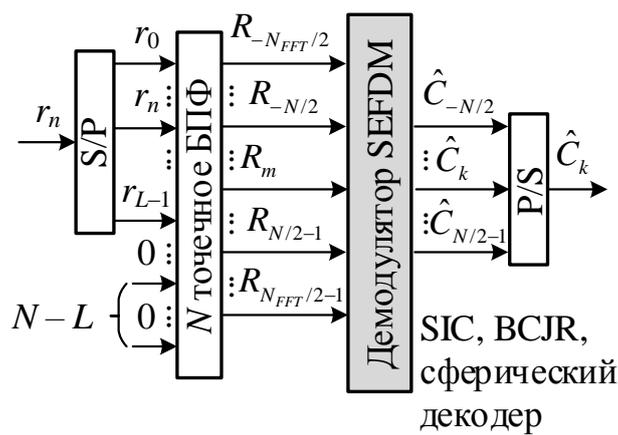


Рис. 3.4. Структурная схема приемника SEFDM-сигналов с пониженным значением пик-фактора

Если согласно формулам (3.2) и (3.3) корректирующие поднесущие располагаются по обеим сторонам от информационных в частотной области, как показано на рис. 3.5а, то в предлагаемом алгоритме предлагается чередование информационных поднесущих и корректирующих, как показано на рис. 3.5б. Таким образом, в предлагаемом алгоритме элементы  $\mathbf{C}^{res}$  равномерно распределены по всему многочастотному символу в частотной области. Как показано ниже, именно при таком подходе чередования возможна значительная экономия вычислительных ресурсов.

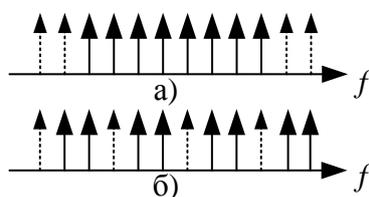


Рис. 3.5. Расположение зарезервированных поднесущих (показаны пунктирной линией): по обеим сторонам от информационных поднесущих (а) и чередованием (б)

Метод БПФ/ОБПФ по основанию 2 с прореживанием по времени обладает следующим свойством: ОБПФ от прореженного нулями вектора с информационными элементами на  $M_{FFT}m$  позициях ( $m = 0, \dots, M_{FFT} - 1$ , где  $M_{FFT}$  – размерность ОБПФ, равная числу элементов  $\mathbf{C}^{res}$ ) равно повторенному  $N_{FFT}/M_{FFT}$  раз ОБПФ размерности  $M_{FFT}$  без прореживания, умноженный на нормирующий множитель  $M_{FFT}/N_{FFT}$ , где  $N_{FFT}$  – размерность ОБПФ прореженного нулями вектора. Кроме того, при появлении нуля на какой-либо из  $M_{FFT}m$  позиций, нуль появляется и на  $m$ -ой позиции ОБПФ размерности  $M_{FFT}$ .

Для доказательства этого утверждения рассмотрим выражение для ДПФ:

$$S(k) = \sum_{n=0}^{N-1} s(n) \exp\left(-j \frac{2\pi}{N} nk\right), \quad k = 0 \dots N - 1. \quad (3.4)$$

Запишем его поворотные коэффициенты в следующем виде:

$$W_N^k = \exp\left(-j\frac{2\pi}{N}k\right), k = 0 \dots N-1. \quad (3.5)$$

Тогда выражение (3.4) с учетом (3.5) упрощается к виду:

$$S(k) = \sum_{n=0}^{N-1} s(n)W_N^{nk}, k = 0 \dots N-1. \quad (3.6)$$

Пропуская этап описание алгоритма БПФ, перейдем к анализу графа алгоритма БПФ с прореживанием по времени для  $N_{FFT} = 8$  (рис. 3.6) (без учета нормирующего коэффициента). На первом этапе на рис. 3.6 отсчеты входного сигнала переставляются местами и исходная последовательность делится на «четную» (с элементами, порядковый номер которых четный) и «нечетную» (с элементами, порядковый номер которых нечетный) последовательности. Потом каждая «четная» и «нечетная» последовательности, в свою очередь, делятся на «четную» и «нечетную» последовательности.

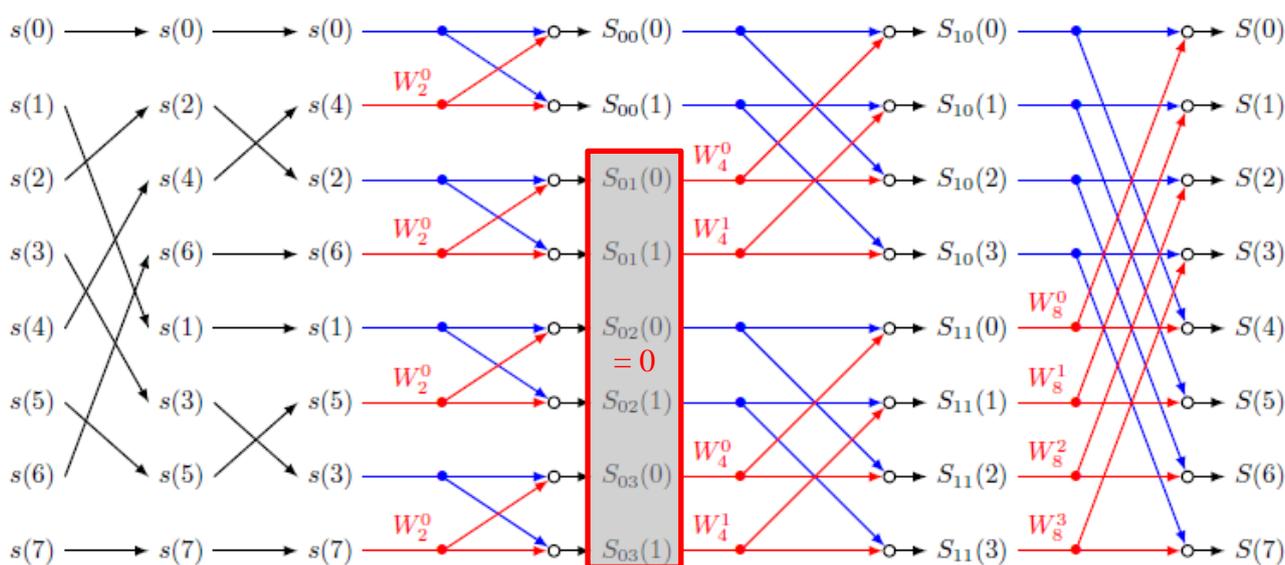


Рис. 3.6. Граф алгоритма БПФ с прореживанием по времени для  $N_{FFT} = 8$ . Красным прямоугольником отмечена область промежуточных результатов, имеющих нулевые значения

После перестановки получаем четыре 2-точечных ДПФ

$$\begin{aligned}
S_{00}(0) &= s(0) + W_2^0 s(4); \\
S_{00}(1) &= s(0) - W_2^0 s(4); \\
S_{01}(0) &= s(2) + W_2^0 s(6); \\
S_{01}(1) &= s(2) - W_2^0 s(6); \\
S_{02}(0) &= s(1) + W_2^0 s(5); \\
S_{02}(1) &= s(1) - W_2^0 s(5); \\
S_{03}(0) &= s(3) + W_2^0 s(7); \\
S_{03}(1) &= s(3) - W_2^0 s(7).
\end{aligned} \tag{3.7}$$

На основе четырех 2-точечных ДПФ формируются два 4-точечных ДПФ

$$\begin{aligned}
S_{10}(0) &= S_{00}(0) + W_4^0 S_{01}(0); \\
S_{10}(1) &= S_{00}(1) + W_4^1 S_{01}(1); \\
S_{10}(2) &= S_{00}(0) - W_4^0 S_{01}(0); \\
S_{10}(3) &= S_{00}(1) - W_4^1 S_{01}(1); \\
S_{11}(0) &= S_{02}(0) + W_4^0 S_{03}(0); \\
S_{11}(1) &= S_{02}(1) + W_4^1 S_{03}(1); \\
S_{11}(2) &= S_{02}(0) - W_4^0 S_{03}(0); \\
S_{11}(3) &= S_{02}(1) - W_4^1 S_{03}(1).
\end{aligned} \tag{3.8}$$

И на последнем уровне формируется полное ДПФ входного сигнала:

$$\begin{aligned}
S(0) &= S_{10}(0) + W_8^0 S_{11}(0); \\
S(1) &= S_{10}(1) + W_8^1 S_{11}(1); \\
S(2) &= S_{10}(2) + W_8^2 S_{11}(2); \\
S(3) &= S_{10}(3) + W_8^3 S_{11}(3); \\
S(4) &= S_{10}(0) - W_8^0 S_{11}(0); \\
S(5) &= S_{10}(1) - W_8^1 S_{11}(1); \\
S(6) &= S_{10}(2) - W_8^2 S_{11}(2); \\
S(7) &= S_{10}(3) - W_8^3 S_{11}(3).
\end{aligned} \tag{3.9}$$

Теперь, подав на вход рассматриваемого блока ДПФ вектор с ненулевыми элементами только на позиции 0 и на позиции 4, т.е.  $s(0) \neq 0$  и  $s(4) \neq 0$  и  $s(i) = 0$ ,  $i = 1, \dots, 3, 5, \dots, 7$ , получим равными нулю значения  $S_{01}(0)$ ,  $S_{01}(1)$ ,  $S_{02}(0)$ ,  $S_{02}(1)$ ,  $S_{03}(0)$ ,  $S_{03}(1)$ , как отмечено на рис. 3.6 прямоугольной областью. На следующих

шагах графа происходит дублирование результата перехода от  $s(0)$  и  $s(4)$  к  $S_{00}(0)$  и  $S_{00}(1)$  на все остальные пары веток. Таким образом, идентичный результат расчета ДПФ размерности  $N = 8$  можно было бы получить, рассчитав ДПФ размерности  $N = 2$  от элементов  $s(0)$  и  $s(4)$  и продублировав полученный результат 4 раза (без учета нормирующего коэффициента).

Применительно к распределенным корректирующим поднесущим, в соответствии с доказанным выше свойством значение  $s_n^{res}$  в правой части выражения **(Ошибка! Источник ссылки не найден.)** может быть переписано как

$$s_n^{res} = \frac{M_{FFT}}{N_{FFT}} \sum_{k=-M_{FFT}/2}^{M_{FFT}/2-1} C_k^{res} e^{j2\pi k \left( n \bmod \frac{N_{FFT}}{M_{FFT}} \right) / M_{FFT}}, \quad (3.10)$$

где  $\bmod$  – операция взятия остатка от деления, означающая повторение исходного вектора размерности  $M_{FFT}$ , а  $M_{FFT}/N_{FFT}$  – коэффициент масштабирования.

Пример чередования для 12-ти информационных поднесущих (ненулевых элементов  $\mathbf{C}$ ) и 4-х резервированных поднесущих (элементов  $\mathbf{C}^{res}$ ) в разработанном алгоритме представлен на рис. 3.7а. Формирование FDM-символа осуществляется отдельно согласно правой части выражения **(Ошибка! Источник ссылки не найден.)**, где элементы вектора  $\mathbf{s}^{res}$  берутся из выражения (3.10). Таким образом, вначале требуется создать прореженный нулями SEFDM-символ  $\mathbf{s}'$ , как показано на рис. 3.7б. Заметим, что выражение **(Ошибка! Источник ссылки не найден.)** при этом изменится следующим образом

$$s_n^{red} = s_n' + s_n^{res}. \quad (3.11)$$

Отсчеты  $s_n^{res}$  формируются  $M_{FFT}$ -точечным ОБПФ ( $M_{FFT} = 4$ ,  $N_{FFT} = 16$ , рис. 3.7в), после чего дублируются  $N_{FFT}/M_{FFT}$  раз, формируя  $N_{FFT}$  временных отсчетов. Для формирования SEFDM-сигнала только с  $\mathbf{C}^{res}$  берутся первые  $N_{FFT}\alpha$  отсчеты  $\mathbf{s}^{res}$  (в соответствии с алгоритмом формирования SEFDM [10]). Полученные отсчеты масштабируются коэффициентом  $M_{FFT}/N_{FFT}$ , после чего суммируются с  $\mathbf{s}'$ . Заключительная операция повторяется  $I$ -раз для различных (случайных) реализаций  $s_n^{res}$ . Пик-фактор рассчитывается для каждой реализации  $\mathbf{s}^{red}$ , и далее для отправки выбирается SEFDM-символ  $\mathbf{s}^{red\{\min\}}$ , имеющий минимальный пик-фактор.

Код программы на m-языке среды MATLAB, реализующей метод на рис. 3.7, приведен в приложении 1.

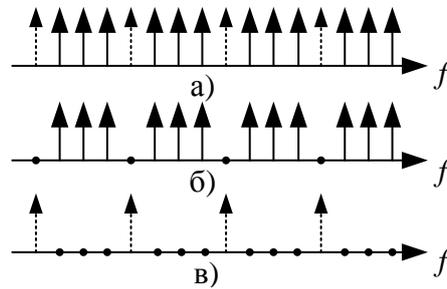


Рис. 3.7. Пример чередования для 12-ти элементов  $C$  и 4-х элементов  $C^{res}$ :

$$\mathbf{s}^{red} (a), \mathbf{s}' (б), \mathbf{s}^{res} (в)$$

### 3.2. Анализ вычислительной сложности предложенного алгоритма

Преимущество предлагаемого подхода расстановки корректирующих поднесущих заключается в возможности использования блоков ОБПФ меньшего размера для формирования  $\mathbf{s}^{res}$ , чем размерность ОБПФ, требуемого для формирования информационного SEFDM-символа  $\mathbf{s}$ . Как упоминалось ранее,  $\mathbf{s}^{res}$  формируется на основании случайно сгенерированных манипуляционных символов  $C^{res}$ ;  $I$  – число итераций попыток.

Сложность подхода без предложенного чередования составляет

$$\Theta_{side} = O(N_{FFT} \log_2 N_{FFT} + I N_{FFT} \log_2 N_{FFT}), \quad (3.12)$$

в то время как предлагаемый метод вставки требует произвести вместе с уменьшенной размерностью ОБПФ число операций, равное

$$\Theta_{uni} = O(N_{FFT} \log_2 N_{FFT} + I M_{FFT} \log_2 M_{FFT} + 2I M_{FFT} + 2I), \quad (3.13)$$

где часть  $2I M_{FFT}$  означает комплексное умножение на масштабирующий коэффициент и  $2I$  – число операций комплексного суммирования. В обоих случаях  $N_{FFT} \log_2 N_{FFT}$  операций остаются из-за формирования информационного SEFDM-символа  $\mathbf{s}'$ .

Рассматривая пример сигнала OFDM для 840 ненулевых  $C$ , 32 резервированных и  $I = 128$  и подставляя эти значения в (3.12) и (3.13), получим

$$\Theta_{side} = N_{FFT} \log_2 N_{FFT} + IN_{FFT}.$$

$$\log_2 N_{FFT} = 1024 \log_2 1024 + 128 \cdot 1024 \log_2 1024 = 1\,320\,960 \text{ операций}$$

и

$$\begin{aligned} \Theta_{uni} &= N_{FFT} \log_2 N_{FFT} + IM_{FFT} \log_2 M_{FFT} + 2IM_{FFT} + 2I = \\ &= 1024 \log_2 1024 + 128 \cdot 32 \log_2 32 + 2 \cdot 128 \cdot 32 + 2 \cdot 128 = 39\,168 \text{ операций.} \end{aligned}$$

Таким образом, в рассматриваемом примере снижение вычислительной сложности составляет 34 раза.

### 3.3. Результаты имитационного моделирования

Пик-фактор многочастотных сигналов является случайной величиной, для анализа поведения которой удобно использовать интегральные функции распределения.

Комплементарные интегральные функции распределения (КИФР, англ. CCDF, Complementary Cumulative Distribution Function), представляющие собой вероятность превышения значения случайной величины (пик-фактора) некоторого значения  $\gamma$ , т.е.  $Pr(\Pi > \gamma) = 1 - Pr(\Pi \leq \gamma)$ , удобно использовать для оценки эффективности алгоритмов снижения пик-фактора и их сравнения между собой.

На рис. 3.8 представлены КИФР SEFDM-сигнала с манипуляцией ФМ-4 на информационных поднесущих (С) для случаев исходного SEFDM-сигнала (без снижения пик-фактора) (s) и SEFDM-сигнала с пониженным пик-фактором ( $s^{red\{\min\}}$ ). На представленном рисунке по оси абсцисс отложены значения пик-фактора  $\gamma$ , а по оси ординат – вероятности превышения  $\gamma$ ,  $Pr(\Pi > \gamma)$ .

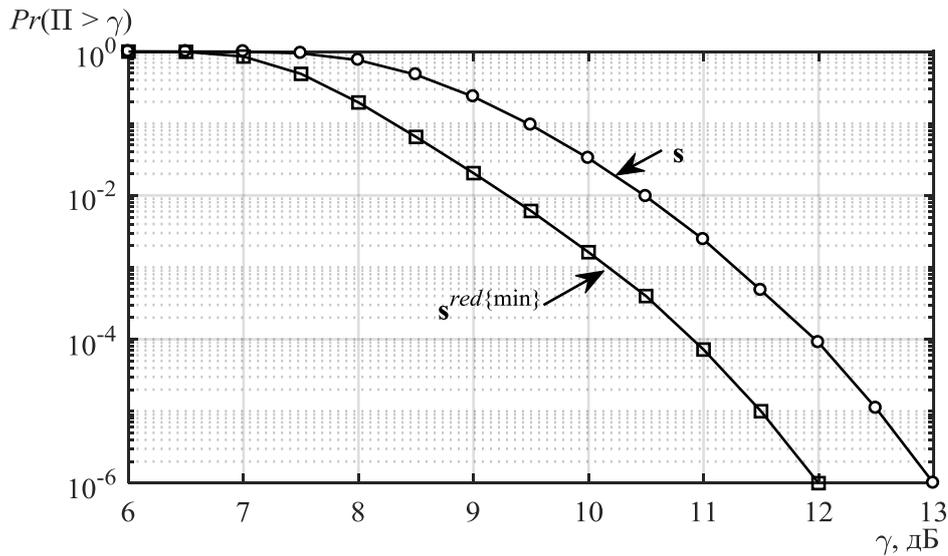


Рис. 3.8. КИФР SEFDM-сигнала: исходный сигнал ( $\mathbf{s}$ ) и сигнал с пониженным значением пик-фактора ( $\mathbf{s}^{red\{\min\}}$ ); на С ФМ-4, число ненулевых С 840,  $10^6$  экспериментов, 1024 попытки

Для количественной оценки эффективности разработанного алгоритма снижения пик-фактора введем величину выигрыша от применения метода PR. При формировании реализаций вектора с информационными поднесущими  $\mathbf{s}$ , а также с информационными  $\mathbf{s}'$  и корректирующими поднесущими  $\mathbf{s}^{res}$  в соответствии с (3.2)  $\mathbf{s}^{red} = \mathbf{s}' + \mathbf{s}^{res}$  величину PR будем рассчитывать следующим образом:

$$PR = 10 \log \frac{\Pi_{orig}}{\Pi_{red}}, \quad (0.2)$$

где  $\Pi_{orig}$  – пик-фактор исходного SEFDM-символа  $\mathbf{s}$ ,  $\Pi_{red}$  – пик-фактор SEFDM-символа  $\mathbf{s}^{red}$ , полученного в результате применения разработанного алгоритма снижения пик-фактора. Величина PR также, как и пик-фактор сигнала, является случайной.

Введем также следующие понятия. *Попытка* – одна итерация формирования  $\mathbf{s}^{res}$ ,  $\mathbf{s}^{red}$  и расчет их пик-факторов (в т.ч. для  $\mathbf{s}'$ ) для данной реализации вектора  $\mathbf{s}'$ ; *эксперимент* – нахождение вектора  $\mathbf{s}^{red\{\min\}}$  с минимальным пик-фактором из всех попыток для данного вектора  $\mathbf{s}'$ .

В качестве результатов моделирования ниже представлены кривые КИФР величины  $PR$ , т.е.  $Pr(PR > \gamma_{PR})$ , где  $PR$  – величина, определяемая формулой (0.2),  $\gamma_{PR}$  – некоторый наперед заданный порог величины  $PR$ .

Т.е. в отличие от рис. 3.8 на графиках, представленных на рис. 3.9-3.11, рассматриваются величины снижения пик-фактора, а не самого пик-фактора.

Моделирование производилось для 840, 3409, 6913, 13921 и 27841 информационных поднесущих. Размерность ОБПФ была выбрана 1024, 4096, 8192, 16384 и 32768 точек соответственно согласно соответствующему стандарту (без передискретизации). Коэффициенты нормированного частотного уплотнения  $\alpha$ : 1/2, 3/4, 7/8, 15/16, 1; на  $C$  применялась ФМ-4 или КАМ-64. Методы манипуляции символами  $C^{res}$ : ФМ-2, -4, КАМ-16, -32, -64, -128, -256, -512). Средняя энергия всех сигнальных созвездий приведена к единице. Число экспериментов  $10^6$ . Число попыток 1024 было выбрано исходя из удобства последующей реализации на ПЛИС (программируемая логическая интегральная схема), а также из результатов эксперимента на рис. 3.12.

На рис. 3.9 представлены КИФР  $PR$  для различных методов манипуляции символами  $C^{res}$  и различных коэффициентов уплотнения. По оси абсцисс отложены значения  $\gamma_{PR}$ , а по оси ординат – вероятность его превышения  $Pr(PR > \gamma_{PR})$  при условии превышения заданного значения пик-фактора, равного 10 дБ (данное число выбирается исходя из максимальной величины пик-фактора многочастотного сигнала, который усиливается усилителями мощности в аналоговом тракте без искажений). Из приведенного рисунка видно, что кривые  $PR$  не зависят от метода манипуляции символами  $C^{res}$  по причине нормирования энергий сигнальных созвездий. Также приведенный рисунок иллюстрирует практически отсутствующее влияние коэффициента уплотнения на  $Pr(PR > \gamma_{PR})$ . Стоит отметить, что чем коэффициент уплотнения меньше, тем большее снижение пик-фактора можно получить. Это объясняется используемой схемой формирования SEFDM-сигналов: области с большой пиковой мощностью попадают в зону отбрасывания отсчетов. Не влияют на  $Pr(PR > \gamma_{PR})$  также и методы манипуляции символами  $C$ .

Основное влияние на  $Pr(PR > \gamma_{PR})$  оказывает число информационных поднесущих, как показано на рис. 3.10. По оси абсцисс отложены значения  $\gamma_{PR}$ , а по оси ординат – вероятность  $Pr(PR > \gamma_{PR})$  для всех символов в выборке, удовлетворяющих условию  $Pr(\Pi > \gamma) = 0,3$  (согласно которому определяется значение  $\gamma$ ). Из рисунка видно, например, что для вероятности  $Pr(PR > \gamma_{PR}) = 10^{-2}$  между 840 и 27841 ненулевыми элементами  $\mathbf{C}$  разность порогов  $\gamma_{PR}$  составляет 0,7 дБ.

На  $Pr(PR > \gamma_{PR})$  также оказывает влияние число корректирующих поднесущих, как показано на рис. 3.11. На приведенном рисунке их число изменяется с 2 до 128 для 840 ненулевых элементов  $\mathbf{C}$ . По осям по-прежнему отложены значения  $\gamma_{PR}$  и вероятности  $Pr(PR > \gamma_{PR})$  для заданных порогов  $\gamma$ . Как можно видеть из приведенного рисунка, разница для  $Pr(PR > \gamma_{PR}) = 10^{-2}$  между  $\dim\{\mathbf{C}^{res}\} = 2$  и  $\dim\{\mathbf{C}^{res}\} = 128$  составляет около 1,2 дБ, а разница между  $\dim\{\mathbf{C}^{res}\} = 32$  и  $\dim\{\mathbf{C}^{res}\} = 128$  – около 0,4 дБ при той же вероятности.

На рис. 3.12 представлена зависимость значений  $\gamma_{PR}$  от числа попыток  $I$  для разного числа ненулевых элементов  $\mathbf{C}$ . По оси абсцисс отложено число попыток, а по оси ординат – значения  $\gamma_{PR}$ , соответствующие вероятности  $Pr(PR > \gamma_{PR}) = 0,5$ , которая, в свою очередь, построена для всех символов в выборке, удовлетворяющих условию  $Pr(\Pi > \gamma) = 0,3$  (согласно которому определяется значение  $\gamma$ ). Символ «Λ» означает одновременное выполнение двух условий. Приведенный рисунок показывает рост величины  $PR$  снижения пик-фактора при увеличении числа попыток. Величина  $PR$  прекращает свой рост и выходит в насыщение при достижении приблизительно  $I = 262144$  попыток.

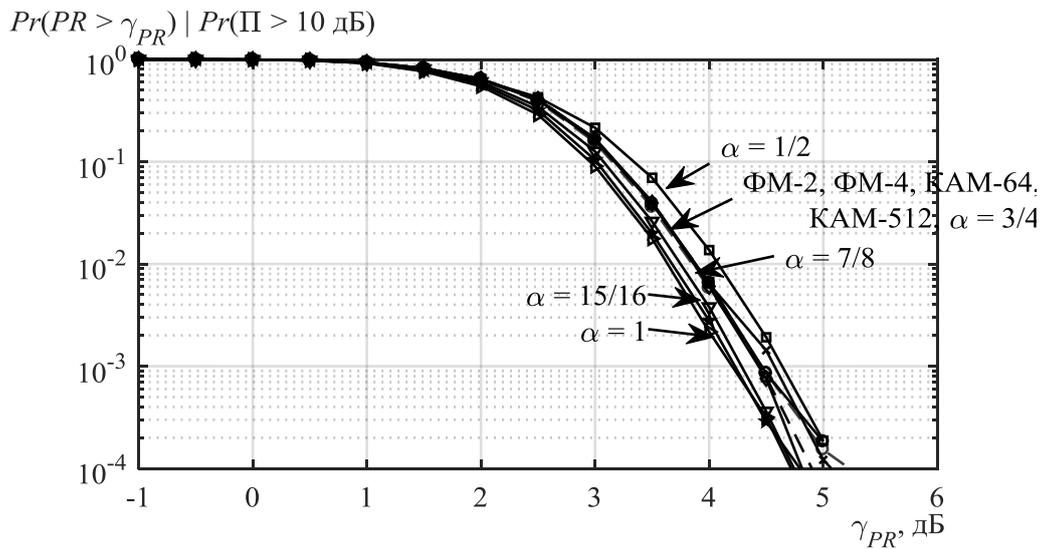


Рис. 3.9. КИФР PR для различных методов манипуляции символов  $C^{res}$  и различных коэффициентов уплотнения (на С ФМ-4 (в одном случае КАМ-64), число ненулевых С 840,  $10^6$  экспериментов, 1024 попытки)

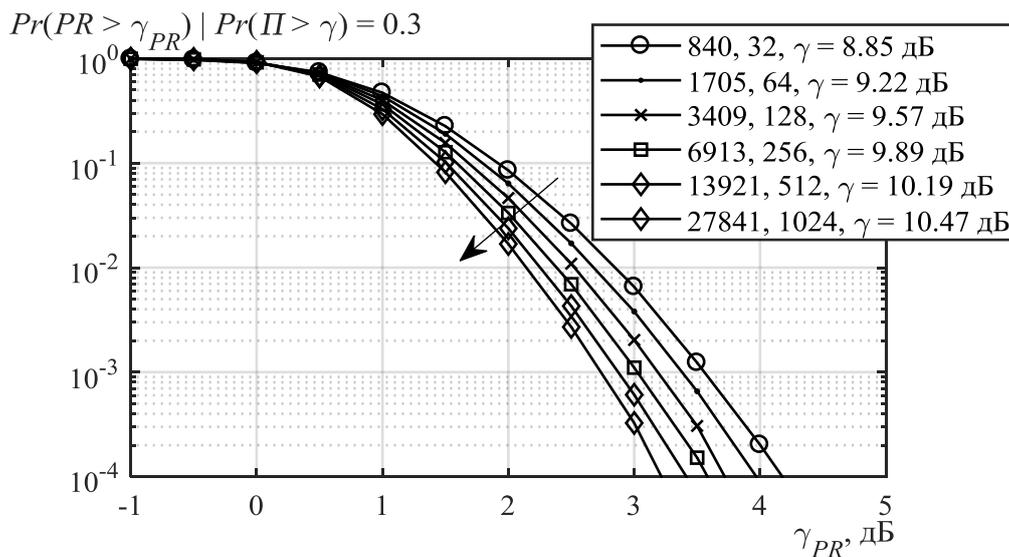


Рис. 3.10. КИФР PR для различного числа информационных и корректирующих поднесущих (на С и  $C^{res}$  ФМ-4,  $10^6$  экспериментов, 1024 попытки,  $\alpha = 3/4$ ). На легенде указаны: число ненулевых элементов С (рост показан стрелкой), размер  $C^{res}$  и порог  $\gamma$ , соответствующий вероятности  $Pr(\Pi > \gamma) = 0,3$

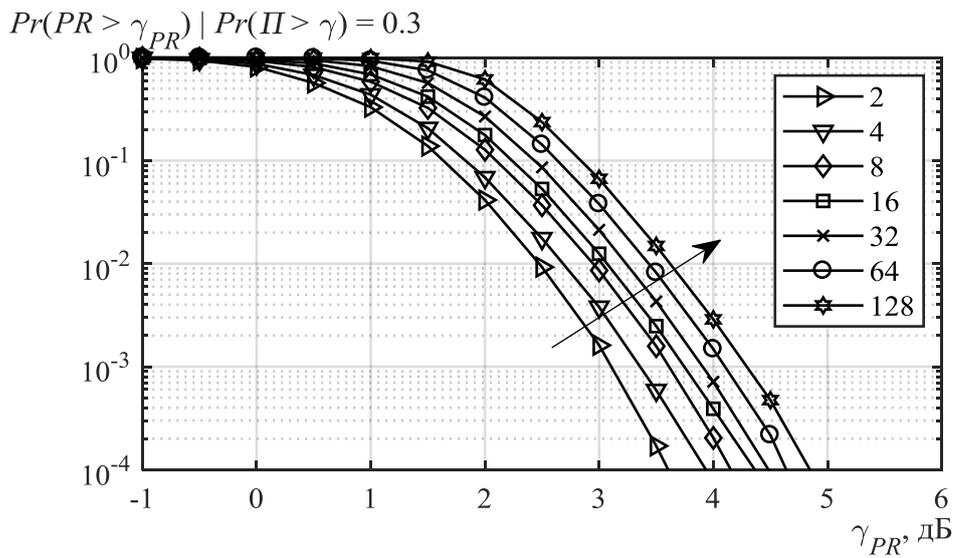


Рис. 3.11. КИФР PR для различного числа корректирующих поднесущих (на С ФМ-4, число ненулевых  $C$  840,  $10^6$  экспериментов, 1024 попытки,  $\alpha = 3/4$ ). Порог  $\gamma = 8,9$  дБ соответствует вероятности  $Pr(\Pi > \gamma) = 0,3$ . Стрелкой показан рост  $\dim\{C^{res}\}$

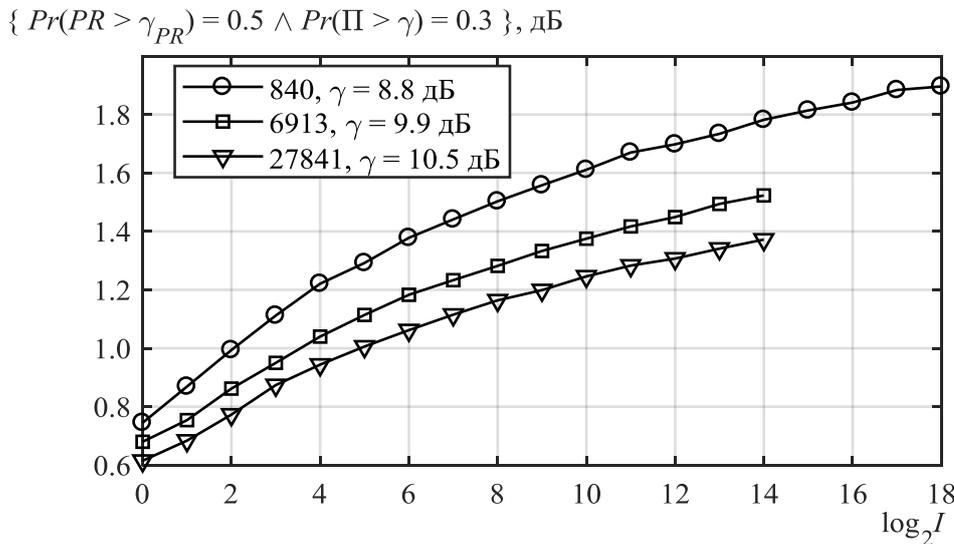


Рис. 3.12. Зависимость  $\gamma_{PR}$  от числа попыток для разного числа ненулевых элементов  $C$  (на С ФМ-4,  $50 \cdot 10^3$  экспериментов,  $\alpha = 3/4$ ). На легенде к графику показан порог  $\gamma$ , соответствующий вероятности  $Pr(\Pi > \gamma)$ .

### 3.4. Выводы по разделу 0

1. Разработан метод снижения пик-фактора FDM-сигналов путем добавления распределенных по частоте корректирующих поднесущих. Вычислительная сложность предложенного алгоритма ниже известных подходов снижения пик-фактора на основе резервирования поднесущих в  $\sim 30$ - $40$  раз (для умеренных по сложности реализаций при  $\sim 100$  итерациях алгоритма) при количестве поднесущих порядка  $10^3$ .

2. Способ модуляции корректирующих поднесущих и количество поднесущих в FDM-сигнале при сохранении доли корректирующих поднесущих практически не оказывает влияния на величину снижения пик-фактора при вероятностях больше  $0,1$ .

3. Разработанный метод может быть успешно использован для большого числа поднесущих ( $1024$ – $32768$  и выше), снижение пик-фактора составит при этом около  $1,8$  дБ для символов, пик-фактор которых превышает  $8,8$  дБ при вероятности величины снижения пик-фактора  $Pr(PR > \gamma_{PR}) = 0,5$  при  $1024$  попытках.

4. Величины снижения пик-фактора не зависят от объема канального алфавита как на информационных, так и на корректирующих поднесущих частотах. Для  $840$  информационных поднесущих переход от коэффициента уплотнения  $\alpha = 1$  до  $\alpha = 1/2$  дает снижение пик-фактора на  $0,5$  дБ при  $Pr(PR > \gamma_{PR}) = 0,1$  и  $Pr(\Pi > 10 \text{ дБ})$ .

5. На снижение пик-фактора при использовании разработанного алгоритма основное влияние оказывает количество корректирующих поднесущих: при переходе от  $2$  до  $128$  для  $840$  информационных поднесущих при  $\gamma = 8,9$  дБ снижение составило  $1,3$  дБ для  $Pr(PR > \gamma_{PR}) = 0,1$ .

## 4. Реализация формирователя SEFDM-сигналов с пониженным значением пик-фактора в ПЛИС

### 4.1. Реализация алгоритма снижения пик-фактора в ПЛИС

Как было показано в (**Ошибка! Источник ссылки не найден.**), SEFDM-символ  $s^{red}$  на выходе предложенного алгоритма снижения пик-фактора состоит из двух слагаемых: основного и корректирующего, которые формируются с использованием ОБПФ. В п. 3.1 показано, что корректирующую часть выходного SEFDM-символа возможно сформировать с использованием ОБПФ меньшей размерности, чем требуется для основной части, в случае равномерного распределения поднесущих частот по занимаемой полосе от  $-F_s/2$  до  $F_s/2$ . В данном случае, если размерность ОБПФ для получения  $s'$  равна  $N_{FFT}$ , а число резервированных поднесущих –  $M_{FFT}$ , то слагаемое  $s^{res}$  рассчитывается следующим образом:

- рассчитывается  $M_{FFT}$ -ОБПФ;
- полученный результат умножается на коэффициент масштабирования  $M_{FFT}/N_{FFT}$ ;
- полученный результат дублируется  $N_{FFT}/M_{FFT}$  раз для получения последовательности из  $N_{FFT}$  отсчетов.

При реализации блока ОБПФ в ПЛИС выполнение преобразования требует времени как на загрузку и выгрузку данных, так и на непосредственную их обработку. Таким образом, в случае 1024-ОБПФ результат преобразования на выходе блока будет доступен через  $1024 + 1147 = 2171$  тактов, где каждый из 1024 входных отсчетов требует по одному такту для загрузки в блок ОБПФ, а 1147 тактов необходимо блоку ОБПФ для собственно обработки отсчетов (**Ошибка! Источник ссылки не найден.**). Для блока 32-ОБПФ требуется  $32 + 108 = 140$  тактов. Следует заметить, что оба блока способны работать в streaming-режиме, т.е. иметь непрерывный поток данных на входе, а также непрерывный поток результатов обработки на выходе, задержанный на необходимое число отсчетов.

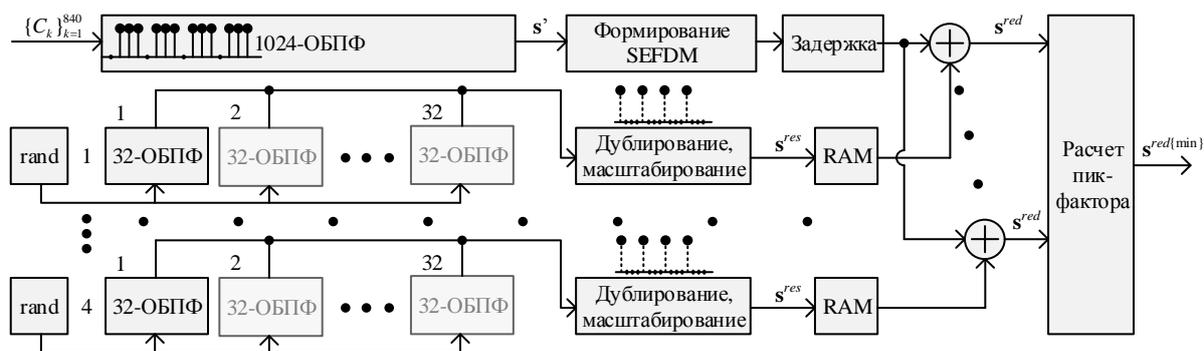


Рис. 4.1. Структура генератора SEFDM-сигналов с 840-ми информационными и 32-мя резервированными поднесущими с предложенным подходом снижения пик-фактора. Выделение серым блоками 32-ОБПФ означает их повторное использование

Во время выполнения одного 1024-ОБПФ возможно выполнить 64 32-ОБПФ, сформировав тем самым 64 SEFDM-символа  $s^{res}$ . Предполагая работу 1024-ОБПФ в streaming-режиме с непрерывно поступающими входными отсчетами, во избежание пропусков в обработке символов  $s'$  число символов  $s^{res}$  от одного 32-ОБПФ необходимо сократить до 32 для соответствия с числом входных отсчетов (т.е.  $32 \times 32 = 1024$ ). Структура генератора SEFDM-сигналов с 840-ми информационными и 32-мя резервированными поднесущими с предложенным подходом снижения пик-фактора представлена на рис. 4.1. Выделение серым блоками 32-ОБПФ означает их повторное использование.

#### 4.2. Архитектура реализованного в ПЛИС алгоритма снижения пик-фактора

Архитектура разработанного генератора SEFDM-сигналов с 840 информационными и 32 корректирующими поднесущими с предложенным подходом снижения пик-фактора представлена на рис. 4.2. Архитектура предназначена для обработки многочастотных сигналов с 840 информационными и 32 резервированными поднесущими и 128 попытками. Метод начинает свою работу после поступления символов  $C'$  на вход 1024-ОБПФ с задержкой  $1147 - 108 = 1039$  так-

тов для компенсации задержки на вычисление блока 1024-ОБПФ. Метод формирует 27-элементный случайный  $C^{res}$  из выбранного канального алфавита (на рисунке используется КАМ-64) и 5 комплексных амплитуд с нулевой амплитудой, попадающих в защитный интервал. После чего осуществляется процесс 32-ОБПФ, результат которого записывается в RAM. Так осуществляются цикл из 32 итераций, заполняющий 32 блока RAM. После чего начинается чтение из RAM. Копирование отсчетов сигнала осуществляется 32-ухкратным последовательным чтением из RAM, где адрес чтения описывается выражением

$$rdaddr_{1...32} = \{0...1023\} \bmod 32.$$

Для обеспечения работы streaming-режима символов  $C'$  после RAM установлены блоки задержки соответствующей величины (на рисунке не показаны) для выравнивания момента начала FDM-символов  $s^{res}$  и  $s$ . После осуществления операции суммирования каждый кандидат на отправку  $s^{red}$  одновременно записывается в буфер и поступает на блок расчета пик-фактора. Здесь каждому кандидату ставится в соответствие номер, который будет в дальнейшем передаваться в следующие модули. Величины пик-факторов  $s^{red}$  поступают на двухвходовые блоки сравнения. Сравнение осуществляется каскадно (сначала парами, потом четвертями и т.д.). На последнем уровне величина пик-фактора сравнивается с пик-фактором исходного сигнала  $s$ . Номер  $s^{red}$  или  $s$  с минимальным пик-фактором поступает на демультиплексор, выбирающий символ  $s^{red\{\min\}}$  из кандидатов.

Таким образом, для генерирования одного SEFDM-символа с 128 попытками формирования кандидатов  $C^{red}$  требуется выполнить:

- одно 1024-ОБПФ для 840-ка информационных поднесущих с нулями на позициях, соответствующих резервированному поднесущим и защитным интервалам;
- четыре параллельных 32-ОБПФ с повторным 32-х кратным использованием каждого для формирования 128 попыток, каждый результат формирования записывается в RAM;

– сложение каждого корректирующего вектора с вектором информационных поднесущих;

– посчитать пик-фактор и выбрать минимальный.

Каждый 32-точечный блок ОБПФ используется 32 раза за время выполнения 1024-точечного основного ОБПФ. Отметим, что блок 1024-ОБПФ должен присутствовать независимо от наличия блоков снижения пик-фактора в любом модуляторе FDM.

Описанная архитектура была реализована в ПЛИС Xilinx Kintex-7 XC7K325T. Результат синтеза на регистровом уровне (Register-Transfer Level, RTL) представлен в таблице 4.1. Отметим, что возможно использование любой другой ПЛИС, удовлетворяющей требованиям по необходимым ресурсам. Для сравнения в таблице 3.2 приведен результат RTL-синтеза 1024-ОБПФ без блоков управления. Стоит отметить, что при использовании 1024-ОБПФ вместо 32-ОБПФ для 128 попыток потребовалось бы два экземпляра параллельно работающих ПЛИС Xilinx Kintex-7 XC7K325T.

Таблица 3.1. Результат RTL-синтеза разработанного алгоритма

Тип ресурсов	Использовано	Доступно	Процентное соотношение
Триггеры	67 223	407 600	16%
Таблицы истинности	55 654	203 800	27%
Блочная память RAMB18E1/FIFO18E1	588	890	66%
Аппаратные умножители DSP48E1	378	840	45%

Таблица 3.2. Результат RTL-синтеза 1024-ОБПФ без блоков управления

Тип ресурсов	Использовано	Доступно	Процентное соотношение
Триггеры	2 938	407 600	1%
Таблицы истинности	2 428	203 800	1%
Блочная память RAMB18E1/FIFO18E1	8	890	1%
Аппаратные умножители DSP48E1	40	840	4%

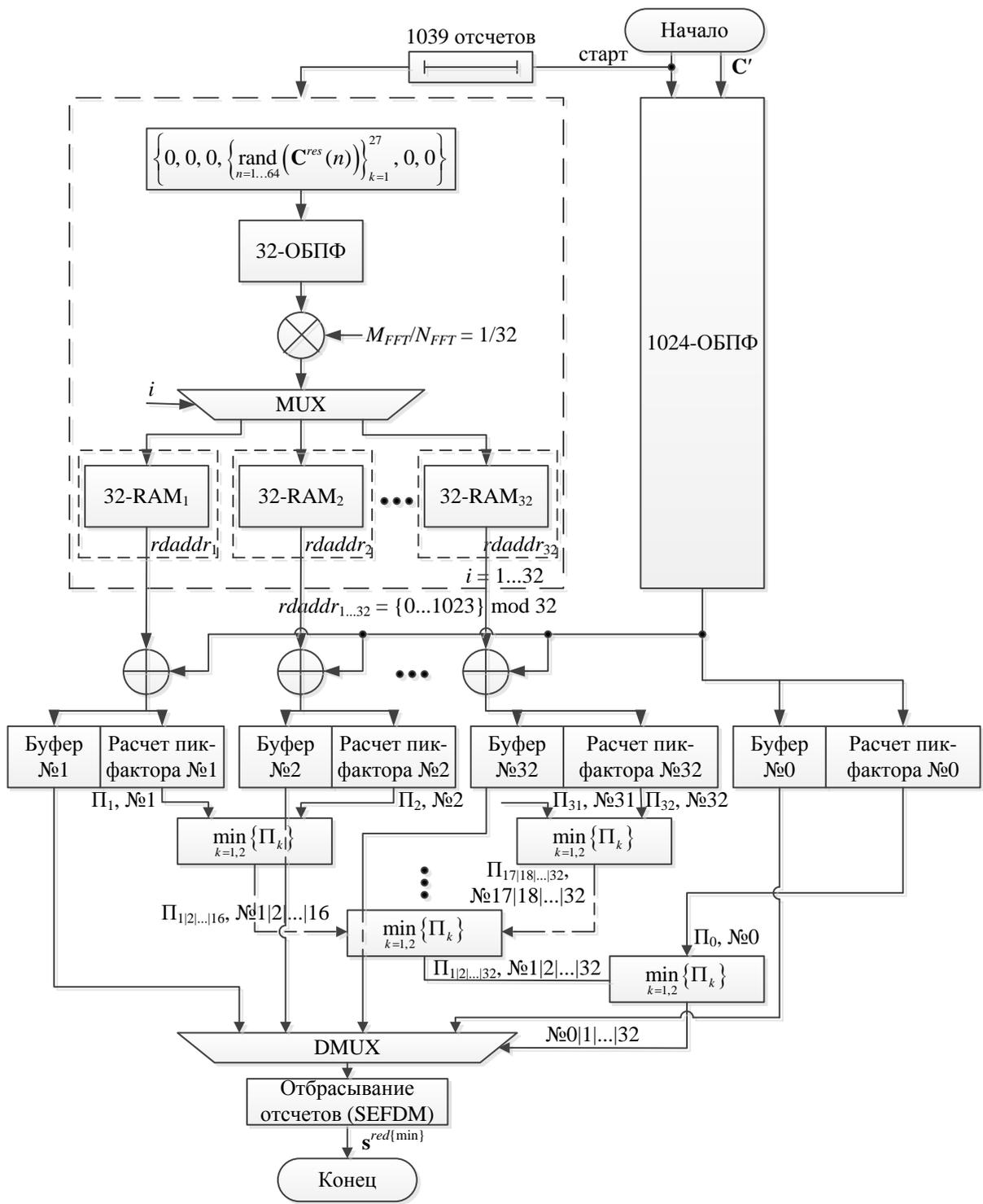


Рис. 4.2. Архитектура генератора SEFDM-сигналов с 840-ми информационными и 32-мя резервированными поднесущими с предложенным подходом снижения пик-фактора

### 4.3. Сравнение разработанного алгоритма с алгоритмом снижения пик-фактора на основе Tone Reservation стандарта DVB-T2

В версиях стандартов ETSI EN 302 755 (DVB-T2) 1.1.1 и 1.4.1 ([**Ошибка! Источник ссылки не найден.**, с.109], [**Ошибка! Источник ссылки не найден.**, с.119–120]), применяются алгоритмы снижения пик-фактора, имеющие различия в сложности их реализации. Сравнение алгоритмов будет производиться с алгоритмом с версией 1.1.1.

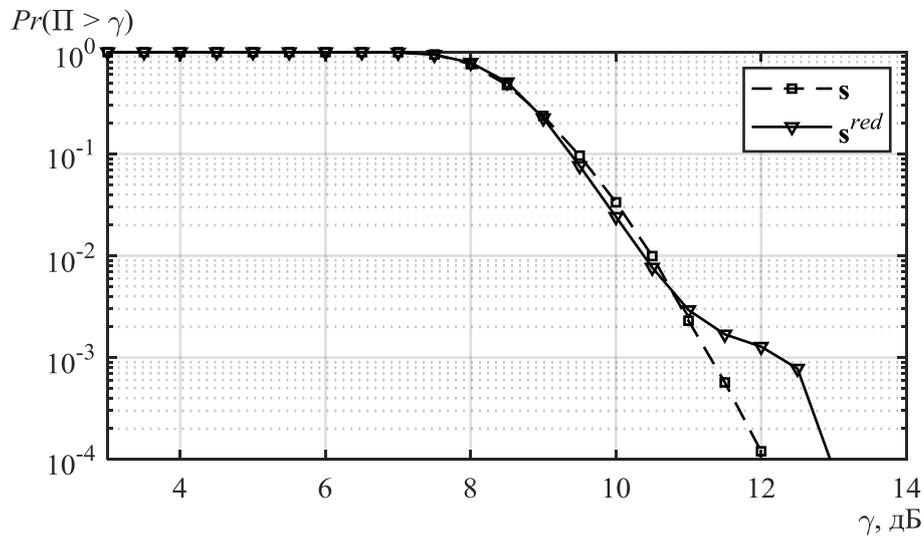
Алгоритмы снижения пик-фактора в DVB-T2 являются итеративными, что служит причиной либо от отказа от streaming-режима блока ОБПФ, фиксируя затраты аппаратных умножителей, таблиц истинности, триггеров и памяти только на одну итерацию (т.е. повторно используя одни и те же ресурсы многократно), либо дублируя ресурсы в соответствии с количеством итераций, т.е. “разворачивая” цикл.

Произведя примерный расчет ресурсов без осуществления операций деления для streaming-режима (на итерацию требуются три RAMB18E1 и три-четыре DSP48E1) в плате Kintex-7 XC7K325T можно разместить около 200 итераций, а беря за максимальное число элементов DSP48E1 их количество в разработанной реализации, то итераций будет около 94.

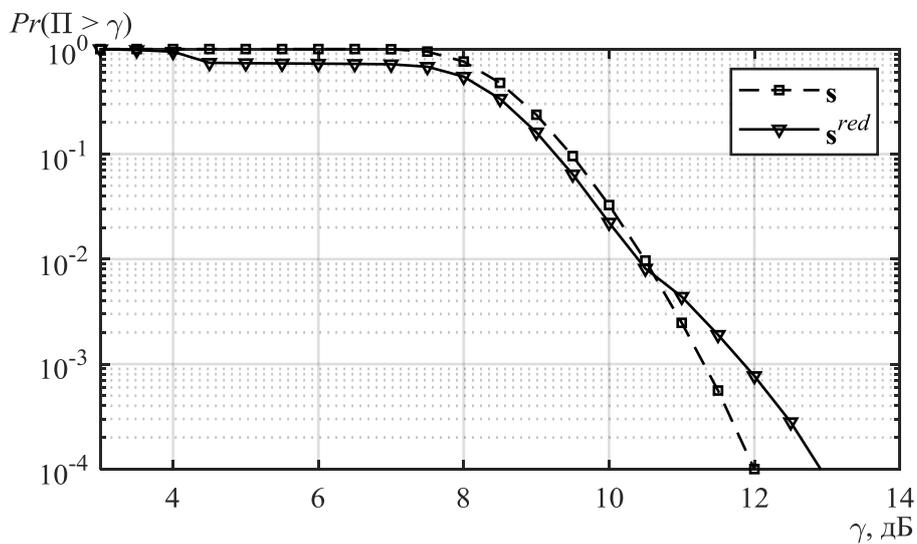
КИФР пик-фактора SEFDM-сигнала для ФМ-4 на С для случаев исходного сигнала ( $s$ ) и сигнала с пониженным значением пик-фактора ( $s^{red}$ ) (на С ФМ-4, число ненулевых С 840,  $10^5$  экспериментов) для 300 и 1000 итераций представлены на рис. 4.3. Из рисунка видно, что даже для 300 итераций снижение пик-фактора практически отсутствует, в редких случаях даже превышая его величину на 0,7 дБ. Однако при 1000 итерациях снижение пик-фактора составляет 3,5 дБ при вероятности  $Pr(\Pi > \gamma) = 0,75$ .

Таким образом, для 300 итераций существующего алгоритма в DVB-T2 снижение пик-фактора практически отсутствовало, в редких случаях даже пре-

вышая его величину на 0,7 дБ. Однако при трудно реализуемом на практике случае 1000 итераций снижение пик-фактора составляло 3,5 дБ при вероятности  $Pr(\Pi > \gamma) = 0,75$ .



а)



б)

Рис. 4.3. КИФР пик-фактора SEFDM-сигнала для ФМ-4 на С для случаев исходного сигнала ( $s$ ) и сигнала с пониженным значением пик-фактора ( $s^{red}$ ) (на С ФМ-4, число ненулевых С 840,  $10^5$  экспериментов) для 300 (а) и 1000 (б) итераций

#### 4.4. Выводы по разделу 4

1. Реализован формирователь неортогональных многочастотных сигналов с пониженным значением пик-фактора в ПЛИС. В реализации 32-кратно повторно используются БПФ пониженной разрядности для снижения количества занимаемых ресурсов и увеличения быстродействия.

2. Предложенный метод занимает <30% логики общего назначения и <70% специализированных ресурсов целевой ПЛИС. При использовании современных поколений ПЛИС Xilinx серии Ultrascale предложенная реализации займет не более 10% ресурсов.

3. Выполнено сравнение разработанного алгоритма с существующим алгоритмом снижения пик-фактора в системах с DVB-T2 для сигнала с 840 и 32 (27) информационными и корректирующими поднесущими соответственно. Показано, что для 300 итераций существующего алгоритма снижение пик-фактора практически отсутствует. В случае 1000 итераций снижение пик-фактора составляло 3,5 дБ при вероятности  $Pr(\Pi > \gamma) = 0,75$ . Но вычислительная сложность алгоритма становится при этом примерно в 10 раз выше, чем у предложенного алгоритма.

4. В сравнении с алгоритмом снижения пик-фактора DVB-T, предложенный метод обеспечивает более высокое (на ~1 дБ) снижение пик-фактора при фиксации вычислительной сложности по числу умножителей при реализации в ПЛИС.

## 5. Экспериментальное исследование разработанного алгоритма снижения пик-фактора

### 5.1. Описание экспериментальной установки

В ходе проведения эксперимента выполнялась проверка работы предложенного в настоящей диссертации алгоритма снижения пик-фактора многочастотных сигналов на реальном оборудовании не в основной полосе частот, а на несущей, с учетом реальных полос пропускания трактов генератора и приемника сигналов, а также с учетом неидеальностей их RF-трактов.

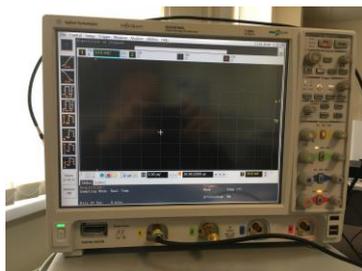
Для проведения эксперимента была собрана экспериментальная установка на основе цифрового осциллографа Agilent Technologies DSO9104A и векторного генератора Agilent Technologies E8267D (рис. 5.1). Для контроля спектра сигнала использовался анализатор спектра Agilent Technologies N9342C.

Основные, существенные для проведения эксперимента, характеристики оборудования приведены в таблице 5.1.

Таблица 5.1. Основные характеристики оборудования экспериментальной установки

Цифровой осциллограф	Векторный генератор	Анализатор спектра
– полоса пропускания 1 ГГц; – частота дискретизации 20 Гвыб/с; – прикладные программы для анализа сигналов.	– частота несущей до 44 ГГц; – частота дискретизации генерируемого сигнала до 100 МГц.	– средний уровень собственных шумов –152 дБм; – погрешность измерения уровня $\pm 1,5$ дБ; – Диапазон частот 0..7 ГГц.

В процессе проведения эксперимента выход векторного генератора поочередно подключался к цифровому осциллографу или к анализатору спектра.



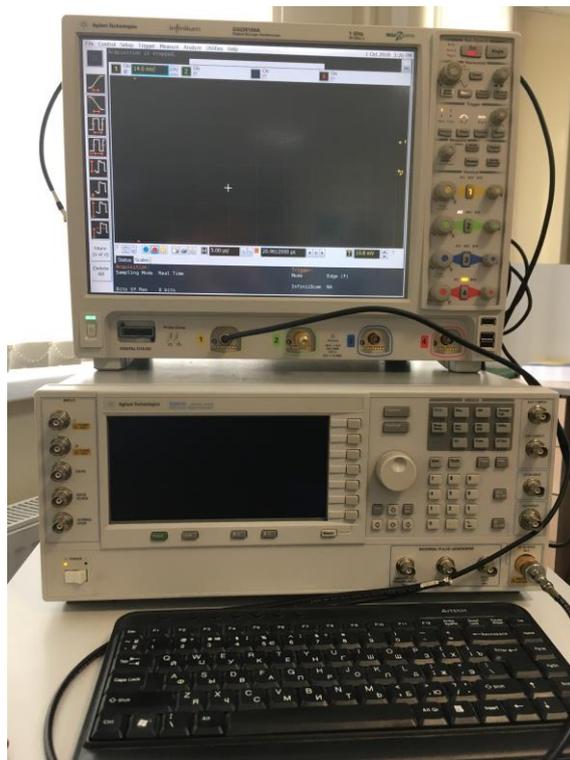
а)



б)



в)



г)

Рис. 5.1. Оборудование экспериментальной установки: а) – цифровой осциллограф; б) – анализатор спектра; в) – векторный генератор; г) – собранная установка

## 5.2. Результаты экспериментальных исследований

В ходе эксперимента были проведены исследования величины пик-фактора (по амплитуде) SEFDM-сигналов с  $N_{FFT} = 256$ ,  $N_{used} = 200$  и  $\alpha = 0,5$  без и с применением разработанного алгоритма снижения пик-фактора. Для снижения пик-фактора использовались 32 корректирующих поднесущих, модуляция на всех поднесущих ФМ-4, 1024 попытки на каждой итерации. В выборке генерировалось 50 SEFDM-символов.

Формирование сигналов выполнялось в среде Matlab с помощью разработанной имитационной модели в основной полосе частот. При формировании сигналов без снижения пик-фактора и с пониженным пик-фактором их средний уровень устанавливался одинаковым. Далее полученные отсчеты сигнала переводились из типа `double` в тип `int16`, поддерживаемый векторным генератором. На последнем этапе записи квадратур тестируемого сигнала отправлялись на векторный генератор. Внутри генератора квадратуры сигнала отправлялись на квадратурный модулятор и переносились на несущую частоту.

Частота дискретизации  $F_s$  сигнала была выбрана 10 МГц (при отключенных внутренних фильтрах генератора), частота несущей 100 МГц.

Исследуемые сигналы имеют одинаковый среднеквадратический уровень, т.е. одинаковую среднюю мощность примерно 12 мВ. Для анализа пик-фактора, выборка отсчетов сигнала на длительности 1 мс (~50 SEFDM-символов на  $F_s = 10$  МГц) на частоте дискретизации 2 ГГц сохранялась и анализировалась в среде Matlab. Снижение пик-фактора (выборки) составило примерно 1,6 дБ, что согласуется с результатами имитационного моделирования.

Результаты экспериментов показаны на рис. 5.2 (сигнал без снижения пик-фактора) и 5.3 (сигнал с пониженным пик-фактором). “На глаз” величину снижения пик-фактора (выборки) на 1,6 дБ заметить сложно при несовмещенных временных шкалах сигналов. Выполнить совмещение не представлялось возможным, по причине одноканальности векторного генератора.

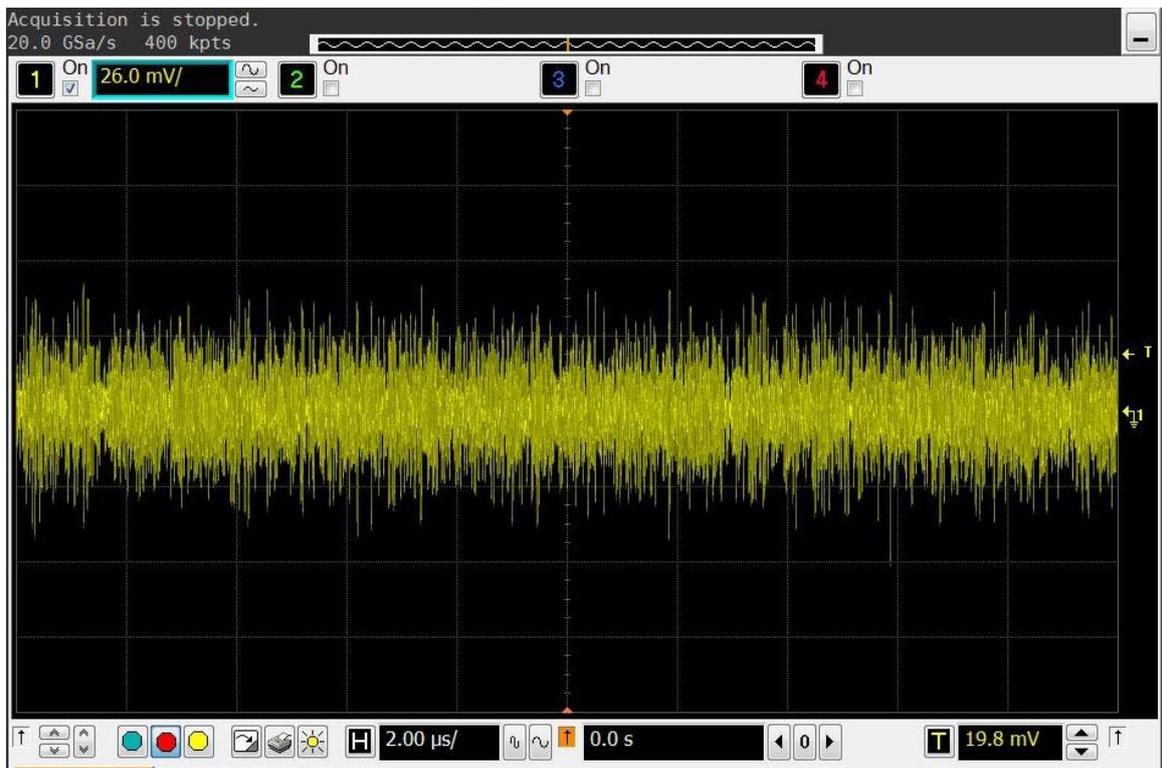


Рис. 5.2. SEFDM-сигнал,  $N_{FFT} = 256$ ,  $N_{used} = 200$  и  $\alpha = 0,5$  без снижения пик-фактора

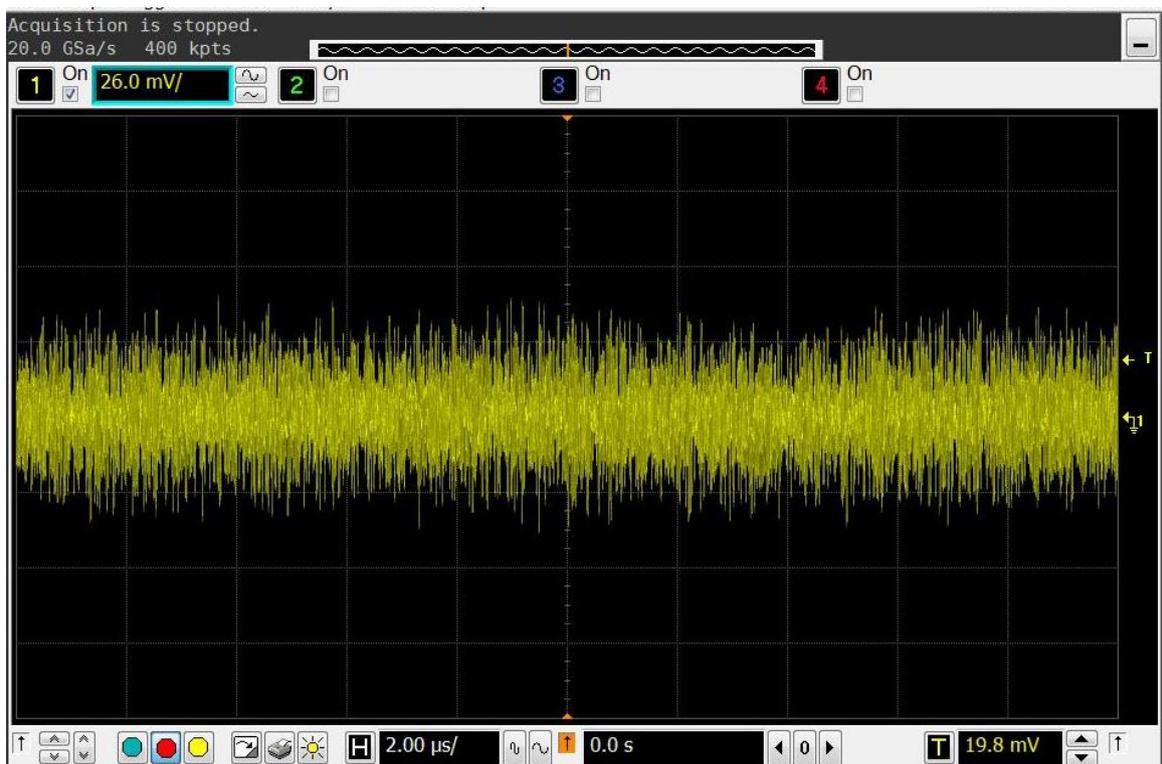


Рис. 5.3. SEFDM-сигнал,  $N_{FFT} = 256$ ,  $N_{used} = 200$  и  $\alpha = 0,5$  с пониженным пик-фактором

На рис. 5.4 (сигнал без снижения пик-фактора) и 5.5 (сигнал с пониженным пик-фактором) представлены средние спектры исследуемых сигналов. Видно, что в результате применения алгоритма снижения пик-фактора полоса занимаемых частот сигнала увеличивается (за счет добавления корректирующих поднесущих). В настоящем эксперименте добавлялось 32 поднесущих к 200 информационным, что соответствует увеличению полосы примерно на 16%.

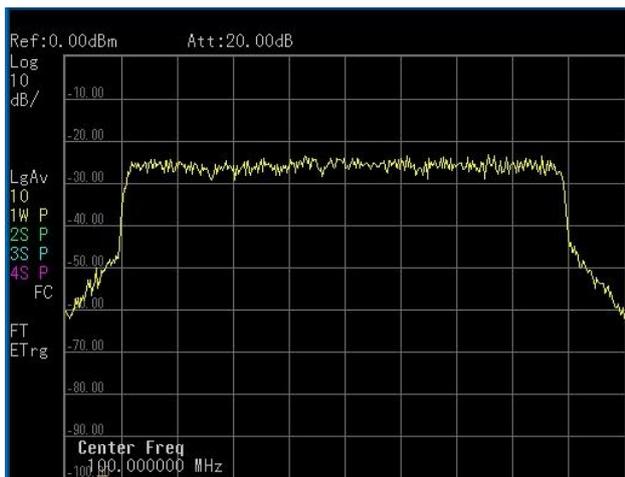


Рис. 5.4. Спектр SEFDM-сигнала,  $N_{FFT} = 256$ ,  $N_{used} = 200$  и  $\alpha = 0,5$  без снижения пик-фактора

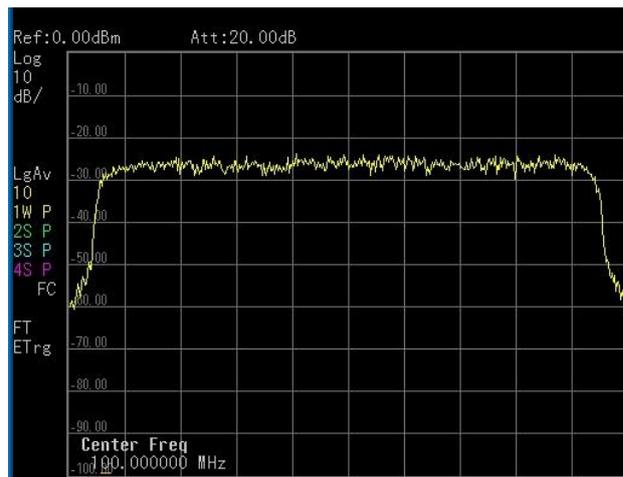


Рис. 5.5. Спектр SEFDM-сигнала,  $N_{FFT} = 256$ ,  $N_{used} = 200$  и  $\alpha = 0,5$  с пониженным пик-фактором

### 5.3. Выводы по разделу 5

1. На базе цифрового осциллографа Agilent Technologies DSO9104A, векторного генератора Agilent Technologies E8267D и анализатора спектра Agilent Technologies N9342C был собран экспериментальный программно-аппаратный комплекс формирования и анализа SEFDM-сигналов. Формирование записей сигналов с пониженным пик-фактором осуществлялось в среде Matlab.

2. Проведены экспериментальные исследования величины снижения пик-фактора на несущей частоте 100 МГц при исходной частоте дискретизации сигнала 10 МГц. Для анализа пик-фактора, выборка отсчетов сигнала на длительности 1 мс (~50 SEFDM-символов на  $F_s = 10$  МГц) на частоте дискретизации 2 ГГц

сохранялась и анализировалась в среде Matlab. Снижение пик-фактора (выборки) составило примерно 1,6 дБ, что согласуется с результатами имитационного моделирования.

3. Определено, что расширение спектра SEFDM-сигнала при применении разработанного метода снижения пик-фактора определяется только количеством добавленных корректирующих поднесущих.

## Заключение

В заключении обобщены результаты, полученные в диссертации, сформулирована научная новизна и положения, выносимые на защиту. Кроме того, представлена реализация и апробация результатов диссертации.

Основные выводы по работе.

1. При расчете пик-фактора SEFDM-сигналов в дискретном времени коэффициенты передискретизации  $K$  и размер выборки  $N_{exp}$  должны быть выбраны равными 4 и  $10^3$  соответственно для обеспечения точности расчета пик-фактора не хуже 0,5 дБ.

2. Основное влияние на величину пик-фактора многочастотных сигналов оказывает количество поднесущих. При увеличении числа поднесущих от 8 до 32000 пик-фактор сигнала увеличивается с 2 дБ до 12 дБ.

3. Вычислительная сложность предложенного метода снижения пик-фактора на основе распределенных корректирующих поднесущих ниже известных классических подходов в  $\sim 20$ -40 раз (при  $\sim 100$  итерациях алгоритма и при количестве поднесущих порядка  $10^2 - 10^3$ ).

4. Разработанный метод снижения пик-фактора может быть успешно использован для большого числа поднесущих ( $\sim 10^4$ ), снижение пик-фактора составит при этом около 1,8 дБ при 1024 попытках.

5. Предложенная архитектура метода снижения пик-фактора при ее реализации в ПЛИС занимает  $< 30\%$  логики общего назначения и  $< 70\%$  специализированных ресурсов целевой ПЛИС. В реализации 32-кратно повторно используются БПФ пониженной разрядности для снижения количества занимаемых ресурсов и увеличения быстродействия. При использовании современных поколений ПЛИС Xilinx серии Ultrascale предложенная реализация займет не более 10% ресурсов.

6. В сравнении с алгоритмом снижения пик-фактора DVB-T, предложенный метод обеспечивает более высокое (на  $\sim 1$  дБ) снижение пик-фактора при

фиксации вычислительной сложности по числу умножителей при реализации в ПЛИС.

### **Научная новизна результатов диссертационной работы**

1. Впервые предложен и разработан метод снижения пик-фактора неортогональных многочастотных сигналов на основе добавления распределенных по частоте корректирующих поднесущих при сохранении помехоустойчивости приема.

2. Впервые разработана методика расчета выборочного среднего и дисперсии пик-фактора неортогональных многочастотных сигналов на основе повышенной частоты дискретизации и ограниченной выборки.

3. Получены зависимости величины выборочных среднего пик-фактора и дисперсии неортогональных многочастотных сигналов от коэффициента передискретизации и объема выборки.

4. Получены зависимости величины выборочных среднего пик-фактора и дисперсии неортогональных многочастотных сигналов от коэффициента уплотнения, метода манипуляции поднесущих, количества поднесущих.

5. Показана применимость разработанных методики расчета пик-фактора и метода снижения пик-фактора к многочастотным сигналам с ортогональным частотным уплотнением (OFDM).

### **Методы исследований**

В ходе исследований использовались методы теории вероятностей, математической статистики, теории потенциальной помехоустойчивости, теории случайных процессов, спектрального анализа, методов вычислительной математики и программирования.

Имитационное моделирование выполнено с использованием пакетов MatLab и MS Visual Studio. Экспериментальные исследования проводились на базе аппаратуры Agilent.

### **Положения, выносимые на защиту**

1. При расчете пик-фактора многочастотных сигналов при числе поднесущих до 32000, методах модуляции ФМ-2, КАМ-4, КАМ-16, КАМ-64 и коэффициентах частотного уплотнения от 1 до 0,5 коэффициенты передискретизации  $K$  и размер выборки  $N_{exp}$  должны быть выбраны равными 4 и  $10^3$  соответственно для обеспечения точности расчета пик-фактора не хуже 0,5 дБ.

2. При увеличении числа поднесущих до 32000 пик-фактор сигнала увеличивается до 12 дБ. При снижении коэффициента уплотнения  $\alpha$  от 1 до 0,5 пик-фактор многочастотных сигналов незначительно снижается (на  $\sim 0,7$  дБ). Метод модуляции поднесущих (ФМ-2, ФМ-4, КАМ-16 и КАМ-64) не оказывает влияние на пик-фактор многочастотных сигналов.

3. Разработанный метод снижения пик-фактора, заключающийся в добавлении корректирующих поднесущих, обеспечивает снижение пик-фактора многочастотных сигналов не менее чем на 1 дБ с вероятностью 0,9 при доле корректирующих поднесущих от общего числа поднесущих в сигнале не более 5% при сохранении помехоустойчивости приема.

4. Разработанные метод и архитектура устройства формирования SEFDM-сигналов с пониженным значением пик-фактора, реализующие предложенный метод снижения пик-фактора, позволяют обеспечить расчетный уровень снижения пик-фактора ценой существенно меньших как вычислительных, так и аппаратных затрат по сравнению с классическим методом. Так при количестве поднесущих порядка  $10^2$ – $10^3$  и доле корректирующих поднесущих от общего числа поднесущих в сигнале не более 5% вычислительная сложность предложенного алгоритма снижения пик-фактора примерно в 20 раз ниже классического метода на основе резервирования поднесущих, при аппаратной реализации выигрыш составляет примерно 10 раз.

**Теоретическая значимость** результатов диссертационной работы состоит в том, что установлены и проанализированы зависимости пик-фактора неортогональных многочастотных сигналов от количества поднесущих в сигнале, коэффициента уплотнения, способа модуляции поднесущих, а также от коэффици-

ента передискретизации сигнала при расчете пик-фактора. Установлены зависимости вычислительной сложности реализации метода снижения пик-фактора на основе добавления корректирующих поднесущих от принципа размещения корректирующих поднесущих.

**Обоснованность** научных результатов обеспечивается системным рассмотрением исследуемой проблемы, корректностью постановок и решения задач, вводимых допущений и ограничений, формулировок и выводов, комплексным использованием строгих аналитических методов исследования.

**Достоверность** полученных результатов обеспечивается применением апробированного метода снижения пик-фактора многочастотных сигналов, подтверждается совпадением в частных случаях результатов, полученных с применением разработанных методик, с известными результатами, основывающимися на аналитических моделях. Так, в частном случае совпадения всех модуляционных символов в SEFDM-сигнале для случая фазовой манипуляции пик-фактор сигнала, рассчитанный по методике, предложенной в настоящей диссертационной работе, совпадает с теоретическими значениями.

**Практическая значимость** результатов диссертационного исследования заключается в разработке структурных схем для формирования и приема многочастотных сигналов с неортогональным частотным уплотнением с пониженным значением пик-фактора и в реализации разработанного алгоритма снижения пик-фактора в ПЛИС.

Снижение пик-фактора случайных последовательностей многочастотных сигналов (как с ортогональным, так и с неортогональным частотным уплотнением) позволит снизить энергопотребление и, как следствие, продлить время автономной работы в мобильных устройствах в современных телекоммуникационных системах с многочастотными сигналами, таких как DVB-T/T2, DVB-H, DVB-S, IPStar и перспективных системах сотовой связи 5G.

Предложенные структурные схемы разработанного метода формирования многочастотных сигналов с пониженным пик-фактором включают блоки ОБПФ.

Эти модули лежат в основе современных OFDM-модемов. Данное обстоятельство обуславливает возможность простого перехода с OFDM-сигнальных конструкций к OFDM/SEFDM-сигнальным конструкциям с пониженным значением пик-фактора посредством обновления программного обеспечения существующих приемо-передающих устройств.

### **Реализация результатов исследований**

Результаты диссертационных исследований реализованы в НИР “Разработка универсального пакетного демодулятора для VSAT систем”. Договор № 143427702 от 15.06.2017, ООО “Специальный технологический центр” и НИР “Разработка макета программно-аппаратного комплекса анализа сетей Wi-Fi”. Договор № 143427301 от 26.04.2013, ООО “Специальный технологический центр”.

### **Публикации и вклад автора в разработку проблемы**

По теме диссертации опубликовано 6 работ. Все приведенные в настоящей диссертации результаты получены автором самостоятельно.

### **Апробация результатов**

Материалы диссертационного исследования докладывались на следующих конференциях:

1. 14th International Conference, NEW2AN 2014 and 7th Conference, ruSMART 2014, St. Petersburg, Russia, August 27-29, 2014;
2. 39<sup>th</sup> International conference on telecommunications and signal processing, 2016;
3. 2016 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM), 2016;
4. 18-я Международная конференция. Цифровая обработка сигналов и ее применение, 2016.

## Список литературы

1. Скляр, Бернард. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. Изд. 2-е, испр. : Пер. с англ. – М. : Издательский дом “Вильямс”, 2003. – 1104 с. : ил.
2. IEEE Standard for WirelessMAN-Advanced Air Interface for Broadband Wireless Access Systems, IEEE Standart 802.16.1, 2012.
3. Вишнеvский В.М., Ляхов А.И., Портной С.Л., Шахнович И.В., Широкополосные беспроводные сети передачи информации. – Москва: Техносфера, 2005, 592 с.
4. D. K. Fadeev and A. V. Rashich, "Optimal Input Power Backoff of a Nonlinear Power Amplifier for SEFDM System," Proceedings of the NEW2AN 2015 and 8th Conference, pp. 669–678, August 2015.
5. L. Wang, C. Tellambura, “An Overview of peak-to-average power ratio reduction techniques for OFDM systems,” Signal Processing and Information Technology, 2006 IEEE International Symposium on, Aug. 2006, Page(s): 840–845.
6. S.H. Han, J.H. Lee, “An Overview of peak-to-average power ratio reduction techniques for multicarrier transmission,” IEEE Wireless Communications, April 2005.
7. S. Ahmed and I. Darwazeh, "IDFT Based Transmitters for Spectrally Efficient FDM System," in London Communication Symposium, Sep 2009.
8. S. Ahmed and I. Darwazeh, “Inverse discrete Fourier transform-discrete Fourier transform techniques for generating and receiving spectrally efficient frequency division multiplexing signals”, American Journal of Engineering and Applied Sciences, Vol. 4, pp. 598–606, 2011.
9. P. N. Whatmough and I Darwazeh, “A Reconfigurable Spectrally Efficient FDM Baseband Modulator,” in London Communications Symposium, LCS 2011, September 2011.

10. A.B. Kislitsyn A. V. Rashich and N. N. Tan, "Generation of SEFDM-Signals Using FFT/IFFT," Proceedings of the NEW2AN 2014 and 7th Conference, pp. 488–501, August 2014.
11. Safa Isam A Ahmed. "Spectrally Efficient FDM Communication Signals and Transceivers: Design, Mathematical Modelling and System Optimization", A thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy, 2011, pp 182–201.
12. B. S. Krongold and D. L. Jones, "An Active-Set approach for OFDM PAR reduction via tone reservation," IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 52, no. 2, pp. 495–509, Feb. 2004.
13. Феер К. Беспроводная цифровая связь. Методы модуляции и расширения спектра. – М.: Радио и связь, 2000. – 502 с.
14. X. Yang, W. Ai, T. Shuai, D. Li, "A fast decoding algorithm for non-orthogonal frequency division multiplexing signals," International Conference on Communications and Networking in China (CHINACOM), pp. 595–598, Aug. 2007.
15. I. Kanaras, A. Chorti, M. Rodrigues, I. Darwazeh, "An overview of optimal and sub-optimal detection techniques for a non-orthogonal spectrally efficient FDM," International Symposium on Communication and Information Technologies, pp. 460–465, Sept. 2009.
16. S. Bharadwaj, N. Krishna, P. Sudheesh, M. Jayakumar, "Low complexity detection scheme for NOFDM systems based on ML detection over hyperspheres", International Conference on Devices and Communications (ICDeCom), pp. 1–5, Feb. 2011.
17. IEEE Standard for Information technology – Telecommunications and information exchange between systems Local and metropolitan area networks – Specific requirements, IEEE Standard 802.11, 2012.
18. Telesystem Innovations Inc., LTE in a Nutshell: The Physical Layer, 2010.
19. Digital Video Broadcasting (DVB); Frame structure channel coding and modulation for a second generation digital terrestrial television broadcasting system (DVB-T2), ETSI Standard 302 755 V1.4.1, 2015.

20. Safa Isam A Ahmed. "Spectrally Efficient FDM Communication Signals and Transceivers: Design, Mathematical Modelling and System Optimization", A thesis submitted for the degree of Doctor of Philosophy, 2011, pp 182–201.

21. L. Yang, R. Chen, K. Soo, and Y. Siu, "An efficient sphere decoding approach for PTS assisted PAPR reduction of OFDM signals," AEU - International Journal of Electronics and Communications, vol. 61, pp. 684–688, 2007.

22. J. Cimini, L.J. and N. Sollenberger, "Peak-to-average power ratio reduction of an OFDM signal using partial transmit sequences," IEEE Communications Letters, vol. 4, no. 3, pp. 86–88, 2000.

23. P. Boonsrimuang and T. Paungma, "Proposal of improved PTS method for OFDM signal in the multi-path fading channel," in Proc. 5th International Conference on List of References 306 Electrical Engineering/Electronics, Computer, Telecommunications and Information Technology ECTI-CON 2008, vol. 1, May 14–17, 2008, pp. 401–404.

24. B. S. Krongold and D. L. Jones, "An Active-Set approach for OFDM PAR reduction via tone reservation," IEEE Trans. on Signal Processing, vol. 52, no. 2, pp. 495–509, Feb. 2004.

25. Xilinx LogiCORE IPFast Fourier Transform v8.0 ([http://www.xilinx.com/support/documentation/ip\\_documentation/ds808\\_xfft.pdf](http://www.xilinx.com/support/documentation/ip_documentation/ds808_xfft.pdf)).

26. Digital Video Broadcasting (DVB); Frame structure channel coding and modulation for a second generation digital terrestrial television broadcasting system (DVB-T2), ETSI Standart 302 755 V1.1.1, 2009.

27. Нгок Нуен Тан, Антонов Е.О., Фадеев Д.К., Рашич А.В. Снижение пик-фактора многочастотных сигналов с неортогональным частотным уплотнением методом резервирования поднесущих частот // Радиотехника, №1, 2018 г., с.16-23.

28. Нгок Н. Тан, Рашич А. В., Сальников В.А. Расчет пик-фактора многочастотных сигналов с ортогональным и неортогональным частотным уплотнением // НТВ СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление №3, 2018. Принята в печать

29. Ngok Nuen Tan, Alexandr B. Kislitsyn, Andrey V. Rashic, Generation of SEFDM-Signals Using FFT/IFFT // 14th International Conference, NEW2AN 2014 and 7th Conference, ruSMART 2014, Proceedings, 8638 LNCS, pp. 488-501.

30. Ngoc Tan, Antonov E.O., Fadeev D.K., Rashich A.V. Reduced Complexity Tone Reservation Peak-to-Average Power Ratio Reduction Algorithm for SEFDM Signals // 39th International conference on telecommunications and signal processing, 2016.

31. Ngoc Tan, Kislitsyn A.B., Fadeev D.K., Rashich A.V. FFT-based trellis receiver for SEFDM signals // 2016 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM); Pages: 1 - 6, DOI: 10.1109/GLOCOM.2016.7841841

32. Нгок Нуен Тан, Антонов Е.О., Фадеев Д.К., Рашич А.В. Пик-фактор SEFDM-сигналов // 18-я Международная конференция. Цифровая обработка сигналов и ее применение. Доклады Выпуск: XVIII; Том-1. – М.: ООО «БРИС-М», 2016. – 356-362 с.

33. Antognetti P. Power Integrated Circuits: Physics, Design, and Applications. New York, McGraw-Hill, 1986. 544 p.

34. Макаров С.Б., Марков А.М. Влияние амплитудного ограничения квадратурных составляющих сигналов с OFDM в модуляторе радиопередатчика на помехоустойчивость приема // Научно-технические ведомости СПбГПУ. 2012, №2 (145).

35. Thompson S. C., Proakis J. G., Zeidler J. R. The Effectiveness of Signal Clipping for PAPR and Total Degradation Reduction in OFDM Systems // Global Telecommunications Conference, 2005. GLOBECOM '05. IEEE.

36. Guel, D. Palicot, J. Analysis and comparison of clipping techniques for OFDM Peak-to-Average Power Ratio reduction // Digital Signal Processing, 2009 16th International Conference.

# Приложение 1. Исходный код программы разработанного алгоритма снижения пик-фактора SEFDM-сигналов

```
%% =====  
function PAPR_stat = PAPR_calc( init_params )  
    % exp_par - number of concurrent experiments (1 to X), 1 - one concurrent  
    experiment  
    % exp_seq - number of concurrent attempts (1 to Nattempt). The less this  
    number the less  
    %          needed RAM for calculation, but more time.  
  
    %% Initialization  
    Mod_info    = init_params.Mod_info;    % Alphabet  
    Mod_res     = init_params.Mod_res;     % Reserved subcarriers alphaabet  
    Nexp        = init_params.Nexp;       % Experiment num  
    alpha       = init_params.alpha;      % Normalized subcarier frequency spac-  
ing  
    Nattempt    = init_params.Nattempt;   % Attempt num  
    gpu_calc    = init_params.gpu_calc;   % calc using gpu  
    exp_par     = init_params.exp_par;    % Number of concurrent experiments  
    exp_seq     = init_params.exp_seq;    % Number of concurrent attempts  
    Ninfo       = init_params.Ninfo;     % Info subbarriers num  
    Nfft        = init_params.Nfft;      % IFFT vol  
    Nfft_res    = init_params.Nfft_res;  % IFFT vol reserved subcarriers (2^p)  
  
    % ---  
    rng( 'shuffle' );                    % Reset the CPU random number generator  
    parallel.gpu.rng( 'shuffle' );      % Reset the GPU random number generator  
    %-----  
-----  
    % Additinal init parameters  
    gamma_apsk = [];  
    constell_info = get_constell_v2( Mod_info, gamma_apsk ); % Get constellation  
vector  
    len_const_info = length(constell_info); % alphabet volume  
    constell_res = get_constell_v2( Mod_res, gamma_apsk ); % Get constellation  
vector  
    len_const_res = length(constell_res);  
    % Energy normalization to E = 1  
    E_info = sum(abs(constell_info).^2)/length(constell_info);  
    constell_info = constell_info/sqrt(E_info);  
    E_res = sum(abs(constell_res).^2)/length(constell_res);
```

```

constell_res    = constell_res/sqrt(E_res);

%-----
frag_num = Nfft/Nfft_res;           % replication num IFFT reserved
addr_res = 1:frag_num:Nfft;         % addresses of reserved subcarriers
info_sub_places = true(Nfft,1);
info_sub_places(addr_res) = false; % true only on info places
if( mod(Ninfo,2) ~= 0 )              % odd or even info subcarriers num
    Nright = (Nfft-1-Ninfo)/2;       % left guard interval
    Nleft  = (Nfft-1-Ninfo)/2+1;     % right guard interval
    new_g_l = (Nfft-1-Nfft_res-Ninfo)/2;
    new_g_r = (Nfft-1-Nfft_res-Ninfo)/2+1;
else
    Nright = (Nfft-Ninfo)/2;
    Nleft  = Nright;
    new_g_l = (Nfft-Nfft_res-Ninfo)/2; % new guard interval left (only info
subcarrier places)
    new_g_r = new_g_l;
end
%-----
% zero res subcarrier places
% Example: ooo|:::|:::|:::|:::|:::|:::|ooo, o -- zeros, | -- reserved sub-
carriers,
% : -- info subcarriers (Nfft = 32, Nfft_res = 8)
cut_pl = false(Nfft,1);
cut_pl(info_sub_places) = [false(new_g_l,1); true(Ninfo,1);
false(new_g_r,1)]; % true on positions of info subcarriers

Nres_cut_l = sum(~info_sub_places(1:find(cut_pl,1,'first')-1)); % num of
zero res subcarriers on the right from info sub
Nres_cut_r = sum(~info_sub_places(1+find(cut_pl,1,'last'):end)); % on the
left
Nres_interl = Nfft_res - (Nres_cut_l + Nres_cut_r);           % num of
res interleaving with info subcarriers
% ---
PAPR_stat_w_o_red = zeros(Nexp,1); % w/o reduction
PAPR_stat_zero_dec = zeros(Nexp,1); % zero decimated
PAPR_stat_res     = zeros(Nexp,1); % with reserved subcarriers

fprintf(['-----\n'....
        'Nfft      = %d\n'....
        'Ninfo     = %d\n'....

```

```

        'Nexp      = %.1e\n'....
        'Nattempt = %d\n'....
        'Nfft_res = %d\n'....
        'Mod_info = %s\n'....
        'Mod_res  = %s\n'....
        'alpha    = %.2f\n'....
        'exp_par  = %d\n'],...
    Nfft,...
    Ninfo,...
    Nexp,...
    Nattempt,...
    Nfft_res,...
    Mod_info,...
    Mod_res,...
    alpha,...
    exp_par);

if( gpu_calc )
    constell_info = gpuArray(constell_info);
    constell_res  = gpuArray(constell_res);
end
iter_show = 1;
%% Calc
if( gpu_calc )
    for i = 0:ceil(Nexp/exp_par)-1
        word_info      = gpuArray.randi( [0 len_const_info-1], Ninfo, exp_par
);
        word_mod_info = constell_mapping_nums_in( word_info, constell_info
);

        % PAPR calc w/o reduction and decimation
        word_mod_gi    = [zeros(Nleft,exp_par); word_mod_info; ze-
ros(Nright,exp_par)]; % with guard intervals
        t_symb_no      = ifft(word_mod_gi,Nfft); % OFDM time domain
        t_symb_no      = t_symb_no(1:ceil(Nfft*alpha),:); % SEFDM
        P              = t_symb_no.*conj(t_symb_no);
        PAPR_stat_w_o_red(i*exp_par+1 : i*exp_par+exp_par) =
gather(max(P, [],1) ./mean(P,1));

        % Zero decimated info vector
        info_wz                = gpuArray(zeros(Nfft,exp_par));

```

```

        info_wz( repmat(info_sub_places,1,exp_par) ) = [ze-
ros(new_g_l,exp_par); word_mod_info; zeros(new_g_r,exp_par)]; % info subcarriers
with zeros

        info_wz_time          = ifft(info_wz,Nfft); % with zeros in time
domain

        ti_symb_wz            = info_wz_time(1:ceil(Nfft*alpha),:); %
SEFDM

        P                    = ti_symb_wz.*conj(ti_symb_wz);
        PAPR_stat_zero_dec(i*exp_par+1 : i*exp_par+exp_par) =
gather(max(P,[],1)./mean(P,1)); % zero decimated info vector

        for exp_seq_iter = 0:ceil(Nattempts/exp_seq)-1
            word_res          = gpuArray.randi( [0 len_const_res-1], Nres_in-
terl, ceil(Nattempts*exp_par/exp_seq) );
            word_mod_res      = constell_mapping_nums_in( word_res, constell_res
);

                % Addition of reserved subcarriers

            info_wz_time_att = reshape(rep-
mat(info_wz_time.',1,exp_seq).',Nfft,[]); % replicate according to exp_seq, i.e.
cols: 1 2 => 1 1 2 2

            word_mod_res_gi   = [zeros(Nres_cut_l, exp_seq*exp_par);
word_mod_res; zeros(Nres_cut_r, exp_seq*exp_par)];
            word_res_time     = ifft(word_mod_res_gi,Nfft_res);
            word_res_time     = 1/frag_num*repmat(word_res_time,frag_num,1);

            t_symb_ins        = info_wz_time_att + word_res_time;
            t_symb_ins        = t_symb_ins(1:ceil(Nfft*alpha),:); % SEFDM
            P                 = t_symb_ins.*conj(t_symb_ins);
            PAPR_res_exp_par(exp_seq_iter*exp_seq+1 :
exp_seq_iter*exp_seq+exp_seq) ....
                = max(P,[],1)./mean(P,1); % calc papr for all columns
            end

            for j = 0:exp_par-1
                PAPR_stat_res(i*exp_par+1+j) =
gather(min(PAPR_res_exp_par(j*Nattempts+1:j*Nattempts+Nattempts))); % with reserved
            end

            fprintf('%d ',i);
            if mod(iter_show,100) == 0

```

```

        fprintf('\n');
    end
    if mod(iter_show,100e3) == 0

save('temp.mat','PAPR_stat_w_o_red','PAPR_stat_zero_dec','PAPR_stat_res');
        fprintf('SAVED\n');
    end
    iter_show = iter_show + 1;
end
else
    for i = 1:exp_par:Nexp
        word_info      = randi( [0 len_const_info-1], Ninfo, exp_par );
        word_mod_info = constell_mapping_nums_in( word_info, constell_info
);

        % PAPR calc w/o reduction and decimation
        word_mod_gi    = [zeros(Nleft,exp_par); word_mod_info; ze-
ros(Nright,exp_par)]; % with guard intervals
        t_symb_no      = ifft(word_mod_gi,Nfft); % OFDM time domain
        t_symb_no      = t_symb_no(1:ceil(Nfft*alpha),:); % SEFDM
        P              = t_symb_no.*conj(t_symb_no);
        PAPR_stat_w_o_red(i*exp_par+1 : i*exp_par+exp_par) =
gather(max(P,[],1)./mean(P,1));

        % Zero decimated info vector
        info_wz          = zeros(Nfft,exp_par);
        info_wz(repmat(info_sub_places,1,exp_par)) = [ze-
ros(new_g_l,exp_par); word_mod_info; zeros(new_g_r,exp_par)]; % info subcarriers
with zeros
        info_wz_time    = ifft(info_wz,Nfft); % with zeros in time
domain
        ti_symb_wz      = info_wz_time(1:ceil(Nfft*alpha),:); %
SEFDM
        P              = ti_symb_wz.*conj(ti_symb_wz);
        PAPR_stat_zero_dec(i*exp_par+1 : i*exp_par+exp_par) =
max(P,[],1)./mean(P,1); % zero decimated info vector

        for exp_seq_iter = 0:ceil(Nattempt/exp_seq)-1
            word_res      = randi( [0 len_const_res-1], Nres_interl,
ceil(Nattempt*exp_par/exp_seq) );
            word_mod_res  = constell_mapping_nums_in( word_res, constell_res
);

```

```

        % Addition of reserved subcarriers
        info_wz_time_att = reshape(rep-
mat(info_wz_time.',1,exp_seq).',Nfft,[]); % replicate according to exp_seq, i.e.
cols: 1 2 => 1 1 2 2
        word_mod_res_gi = [zeros(Nres_cut_l, exp_seq*exp_par);
word_mod_res; zeros(Nres_cut_r, exp_seq*exp_par)];
        word_res_time = ifft(word_mod_res_gi,Nfft_res);
        word_res_time = 1/frag_num*repmat(word_res_time,frag_num,1);

        t_symb_ins = info_wz_time_att + word_res_time;
        t_symb_ins = t_symb_ins(1:ceil(Nfft*alpha),:); % SEFDM
        P = t_symb_ins.*conj(t_symb_ins);
        PAPR_res_exp_par(exp_seq_iter*exp_seq+1 :
exp_seq_iter*exp_seq+exp_seq)....
            = max(P,[],1)./mean(P,1); % calc papr for all coloumns
        end

        for j = 0:exp_par-1
            PAPR_stat_res(i*exp_par+1+j) = min(PAPR_res_exp_par(j*Nat-
tempt+1:j*Nattempt+Nattempt)); % with reserved
        end
        fprintf('%d ',i);
        if mod(iter_show,100) == 0
            fprintf('\n');
        end
        if mod(iter_show,100e3) == 0

save('temp.mat','PAPR_stat_w_o_red','PAPR_stat_zero_dec','PAPR_stat_res');
        fprintf('SAVED\n');
        end
        iter_show = iter_show + 1;
    end
end
    fprintf('\n');

PAPR_stat.w_o_red = PAPR_stat_w_o_red;
PAPR_stat.zero_dec = PAPR_stat_zero_dec;
PAPR_stat.res = PAPR_stat_res;
end

```