

На правах рукописи



**Нгуен Ван Фе**

**ПОВЫШЕНИЕ СКОРОСТИ ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ ПРИ ИСПОЛЬ-  
ЗОВАНИИ МНОГОЧАСТОТНЫХ СИГНАЛОВ ПУТЁМ ИСПОЛЬЗОВА-  
НИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ СПЕКТРАЛЬНЫХ ИМПУЛЬСОВ**

Специальность 05.12.04 – Радиотехника, в том числе  
системы и устройства телевидения

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание учёной степени

кандидата технических наук

Санкт-Петербург – 2018

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого».

Научный руководитель: Гельгор Александр Леонидович,  
кандидат технических наук, доцент

Официальные оппоненты: Чесноков Михаил Николаевич,  
доктор технических наук, профессор,  
заместитель начальника отдела связи ООО «Специальный  
Технологический Центр», г. Санкт-Петербург,

Кислицын Александр Борисович,  
кандидат технических наук, без звания,  
программист ООО НАУЧНО-ПРОИЗВОДСТВЕННОЕ  
ПРЕДПРИЯТИЕ «НОВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ  
ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ», г. Санкт-Петербург

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский  
государственный университет телекоммуникаций им.  
проф. М.А. Бонч-Бруевича»

Защита состоится 18 декабря 2018 года в 14.00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.229.01 в ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» по адресу: 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29, IV уч. корпус, ауд. 305.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» и на сайте университета [www.spbstu.ru](http://www.spbstu.ru).

Автореферат разослан «    » октября 2018 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д 212.229.01  
доктор технических наук, профессор



Коротков Александр Станиславович

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность темы диссертации

Повышение спектральной эффективности при передаче информации с помощью электромагнитных колебаний по-прежнему является актуальной задачей. В большинстве современных систем передачи информации используются сигналы без межсимвольной интерференции (МСИ) или с устранением МСИ при приёме, что обеспечивает возможность использования вычислительно простых алгоритмов поэлементного приёма. Тем не менее, ещё в 1975 году Мазо доказал возможность значительного повышения спектральной эффективности без энергетических потерь за счёт введения МСИ [1]. Его идея заключалась в том, чтобы при использовании линейной модуляции с sinc-импульсом передавать модуляционные символы в  $1/\tau$  ( $0 < \tau < 1$ ) раз быстрее, чем требуется для устранения МСИ при приёме. Для сигналов с sinc-импульсом это означает преодоление «барьера Найквиста», поэтому такие сигналы были названы «быстрее, чем Найквист» – «Faster than Nyquist» (FTN). Мазо показал, что для сигналов FTN с сигнальным созвездием QPSK использование приёма в целом при  $0,8 \leq \tau < 1$  не приводит к энергетическим потерям. Использование  $\tau = 0,8$  эквивалентно передаче данных в нормированной полосе частот 0,8, т.е. обеспечивает 25% выигрыш в спектральной эффективности по отношению к лучшим по критерию максимума спектральной эффективности сигналам без МСИ. Под лучшими сигналами без МСИ понимаются сигналы с линейной модуляцией и sinc-импульсом. В [2] было предложено использовать идею FTN для семейства RRC-импульсов (RRC от англ. «Root Raised Cosine», что означает «корень из приподнятого косинуса» – форма энергетического спектра одного из импульсов данного семейства импульсов), к которым принадлежит sinc-импульс, использованный в оригинальной статье Мазо. В [2] показано, что таким образом также удаётся заметно повысить спектральную эффективность без энергетических потерь.

В развитие идеи введения МСИ Саид и Андерсон в 1998 году предложили методику синтеза оптимальных импульсов для сигналов с частичным откликом (Partial-Response Signal, PRS) [3]. Это обеспечило дополнительный выигрыш в спектральной эффективности по отношению к сигналам FTN. Критерием оптимизационной задачи в [3] является максимизация свободного евклидова расстояния при условии фиксированного значения полосы частот, содержащей заданную долю мощности сигнала. Авторами были предложены импульсы, обеспечивающие передачу данных в нормированной полосе частот 0,76 без потерь в свободном евклидовом расстоянии. Это эквивалентно дополнительному 5% выигрышу в спектральной эффективности по отношению к сигналам FTN или 32% выигрышу в спектральной эффективности по отношению к лучшим сигналам без МСИ.

С развитием беспроводных систем передачи информации возростала актуальность вопросов повышения скорости передачи информации в многолучевых каналах. Решением, которое используется по сей день, является применение сигналов OFDM и помехоустойчивого кодирования с перемежением символов. При таком подходе в приёмнике достаточно использовать простой одношаговый эквалайзер. С целью дополнительного повышения спектральной эффективности были предложены сигналы SEFDM [4], отличительной особенностью которых от сигналов OFDM является сближение поднесущих, что приводит к появлению МСИ. Отметим, что в данном случае речь идёт об интерференции между сигналами разных поднесущих, передаваемых в одном SEFDM-символе, поэтому иногда используют термин «межканальная интерференция», тем не менее, мы далее будем использовать только термин МСИ, как это делается в современной литературе, считая, что из контекста ясно о каком варианте интерференции идёт речь. Интересным фактом является то, что идея перехода от сигналов OFDM к сигналам SEFDM является аналогом идеи перехода от сигналов с линейной модуляцией и sinc-импульсом к сигналам FTN, но реализована эта идея в спектральной, а не во временной области.

В настоящее время имеется множество публикаций, посвящённых вычислительно эффективным алгоритмам формирования и приёма сигналов SEFDM. Перспективным алгоритмом формирования сигналов SEFDM является алгоритм, который отличается от алгоритма формирования OFDM только тем, что после выполнения ОДПФ отбрасываются несколько отсчётов сигнала [5]. В качестве алгоритмов приёма рассматриваются, в основном, вычислительно-эффективные модификации алгоритма полного перебора, например, [6–8]. Однако, алгоритмы [6–7] оказываются практически нереализуемыми из-за большого количества состояний решётки, а алгоритм [8] позволяет работать только с небольшим (порядка нескольких десятков) количеством поднесущих.

Учитывая сказанное выше, актуальным представляется попытка применения идей [2–3] для модификации сигналов SEFDM с целью дополнительного повышения спектральной эффективности многочастотных сигналов. Фактически, речь идёт о замене спектральных sinc-импульсов на спектральные RRC-импульсы или оптимальные спектральные импульсы. Под спектральным импульсом здесь и далее мы понимаем спектр поднесущей одного OFDM- или SEFDM-символа; очевидно, что спектральный импульс является преобразованием Фурье от импульса во временной области, например, для сигналов OFDM имеем прямоугольный импульс во временной области и соответствующий ему спектральный sinc-импульс. Для предлагаемых сигналов, очевидно, необходимо предложить методы их эффективного формирования и обработки. При постановке задачи поиска оптимального спектрального импульса необходимо выбрать и обосновать критерий оптимизации и дополнительные ограничения. Ожидается, что дополнительно к повышению спектральной эффективности использование новых спектральных импульсов позволит значительно упростить обработку сигналов SEFDM, в том числе, удастся применить подоптимальные алгоритмы приёма и тем самым значительно снизить вычислительную сложность обработки таких сигналов.

**Объектом** исследования в работе являются многочастотные сигналы с неортогональными поднесущими.

**Предметом исследования** являются спектральная эффективность и удельные энергетические затраты многочастотных сигналов со спектральными импульсами, обеспечивающими неортогональность поднесущих.

**Целью работы** является повышение спектральной эффективности при использовании многочастотных сигналов с управляемой межсимвольной интерференцией МСИ путём применения оптимальных спектральных импульсов и подоптимальных алгоритмов приёма при энергетических потерях в допустимых пределах.

Для достижения указанной цели требуется решить следующие **задачи**.

1. Оптимизация формы спектрального импульса для минимизации энергетических потерь при фиксированной длительности сигнала.
2. Разработка вычислительно-эффективных алгоритмов обработки многочастотных сигналов с управляемой МСИ в спектральной области.
3. Разработка методики формирования и обработки многочастотных сигналов со спектральными импульсами, обеспечивающими неортогональность поднесущих.
4. Разработка структурной схемы модема для передачи информации с использованием сигналов RRC-SEFDM и PR-SEFDM.
5. Разработка имитационной модели для оценки помехоустойчивости приёма сигналов RRC-SEFDM и PR-SEFDM.
6. Проведение имитационного эксперимента по приёму сигналов RRC-SEFDM и PR-SEFDM с целью оценки их эффективности в канале с аддитивным белым гауссовским шумом.

#### **Методы исследования**

В ходе исследований использовались методы теории вероятностей, математической статистики, теории случайных процессов, статистической теории радиотехнических систем, вариационного исчисления, методов вычислительной математики и программирования. Имитационное моделирование проводилось в среде MATLAB с использованием вычислительного оборудования суперкомпьютерного центра «Политехнический» (<http://www.scc.spbstu.ru>).

## **Публикации**

По тем диссертации опубликованы 4 статьи в журналах, входящих в список ВАК, 4 статьи в зарубежных трудах, индексируемых базами Scopus и Web of Science, а также ещё 4 публикации, не входящие в первые две группы.

## **Личный вклад автора**

Все представленные результаты получены автором лично или в соавторстве при его непосредственном участии.

## **Научная новизна результатов диссертационной работы**

- Впервые предложены многочастотные спектрально-эффективные сигналы RRC-SEFDM и PR-SEFDM, которые благодаря использованию неортогональных поднесущих позволяют повысить спектральную эффективность передачи информации по отношению к сигналам OFDM.

- Для сигналов RRC-SEFDM и PR-SEFDM предложена структурная схема модема, в которой аналогично случаю сигналов OFDM используются блоки прямого и обратного ДПФ.

- Впервые для сигналов PR-SEFDM предложена методика синтеза оптимальных спектральных импульсов по критерию максимального евклидова расстояния, при наличии дополнительного ограничения на длительность сигнала, в которой сосредоточена заданная концентрация энергии сигнала.

- Для сигналов RRC-SEFDM и PR-SEFDM впервые показано, что максимальное увеличение спектральной эффективности передачи информации возможно только при одновременном введении МСИ и увеличении размера сигнального созвездия.

- Показано, что для сигналов PR-SEFDM применение подоптимального алгоритма приёма M-BCJR позволяет снизить вычислительную сложность обработки сигнала при отсутствии энергетических потерь.

## **Положения, выносимые на защиту**

- При фиксированных удельных энергетически затратах увеличение длины спектрального импульса для сигналов PR-SEFDM приводит к повышению спектральной эффективности, однако повышение тем меньше, чем больше значение длины. Так для случая сигнального созвездия QPSK изменение длины спектрального импульса от  $L = 8$  до  $L = 12$  приводит к повышению спектральной эффективности менее, чем на 1%, в то время как переход от  $L = 4$  до  $L = 8$  обеспечивает повышение спектральной эффективности на 24%.

- Для сигналов PR-SEFDM использование в алгоритме M-BCJR числа «выживающих» на каждом шаге путей  $M = 4$  для созвездия QPSK и  $M = 8$  для созвездия 16-QAM обеспечивает сохранение спектральной эффективности и удельных энергетических затрат при уменьшении вычислительной сложности до 512 раз по отношению к оптимальному алгоритму BCJR.

- Для сигналов RRC-SEFDM и PR-SEFDM при фиксированных удельных энергетических затратах переход от сигнального созвездия QPSK к сигнальному созвездию 16-QAM обеспечивает выигрыш в спектральной эффективности до 25%.

- По отношению к сигналам OFDM с сигнальными созвездиями QPSK и 16-QAM сигналы PR-SEFDM с такими же созвездиями обеспечивают выигрыш в спектральной эффективности до 27% при энергетическом проигрыше не больше 1,3 дБ.

## **Теоретическая значимость**

Впервые сформулирована и решена задача синтеза оптимальных спектральных импульсов по критерию максимизации свободного евклидова расстояния, при наличии дополнительных ограничений на длительность временного импульса, в которой сосредоточена заданная доля энергии сигнала. Разработана методика формирования и обработки многочастотных сигналов, у которых в качестве формы спектральных импульсов используются оптимальные импульсы или RRC-импульсы.

### **Практическая значимость**

Предложена структурная схема модема для передачи и приёма сигналов RRC-SEFDM и PR-SEFDM, которые позволяют повысить спектральную эффективность передачи информации по отношению к сигналам OFDM. Предложена методика формирования и обработки сигналов RRC-SEFDM и PR-SEFDM в частотной области, что обеспечивает возможность простой замены использования сигналов OFDM на сигналы RRC-SEFDM и PR-SEFDM. Предложен вычислительно-эффективный подоптимальный алгоритм приёма сигналов RRC-SEFDM и PR-SEFDM.

### **Апробация результатов**

Материалы диссертационного исследования были представлены на конференциях:

1. Цифровая обработка сигналов и её применение, DSPA (г. Москва) в 2016 г., 2017 г., 2018 г.;
2. Международная конференция по электронике, связи «IEEE Advanced Technologies for Communication – ATC» (г. Ханой, Вьетнам) в 2016 г.;
3. Международная конференция по проводным и беспроводным сетям и системам нового поколения «NEW2AN» (г. Санкт-Петербург) в 2016, 2017 г.;
4. Международная Черноморская конференция по связи и сетевым технологиям «IEEE BlackSeaCom» (г. Стамбул, Турция) в 2017 г.

### **Структура и объем диссертации**

Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы и двух приложений. Общий объем диссертационной работы составляет 112 страниц, в том числе 97 страниц основного текста, 58 рисунков, 9 таблиц, списка литературы из 40 источников.

## **КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

Во **Введении** кратко обоснованы актуальность и новизна темы исследования, приведены цель, основные задачи исследования, сведения о структуре диссертационной работы. В заключительной части **Введения** приведены сведения о научной новизне, практической и теоретической значимости полученных результатов, а также сформулированы положения, выносимые на защиту.

В **Первой главе** приведён аналитический обзор работ, посвящённых методам формирования многочастотных сигналов: OFDM, SEFDM, FBMC, GFDM, UFDM. Сигналы OFDM используются в стандарте мобильной связи четвёртого поколения LTE на физическом уровне. Сигналы FBMC, GFDM, UFDM являются предложениями для перспективных стандартов связи; в этих сигналах предлагается использовать различные фильтры-прототипы, обеспечивающие квазиортогональность поднесущих.

Сигналы SEFDM являются сигналами с управляемой МСИ, полученными в результате сближения поднесущих сигналов OFDM, что обеспечивает повышение спектральной эффективности. Идея формирования сигналов SEFDM аналогична идее формирования сигналов FTN, только реализована в частотной, а не во временной области.

Предложена идея построения новых сигналов PR-SEFDM с использованием оптимальных спектральных импульсов в качестве формы спектра поднесущих. Также предложена идея построения сигналов RRC-SEFDM, которые отличаются от традиционных сигналов SEFDM применением RRC-импульсов в качестве формы спектра поднесущих вместо sinc-импульса.

В результате обзора литературы обоснована актуальность выбранной темы, сформулированы цель и основные задачи исследования.

Во **Второй главе** описаны методики синтеза оптимальных импульсов для одночастотных сигналов с частичным откликом [3] и для многокомпонентных сигналов [9].

Для многокомпонентных сигналов возможна постановка нелинейной оптимизационной задачи для нахождения формы финитных импульсов оптимальных по критерию минимизации

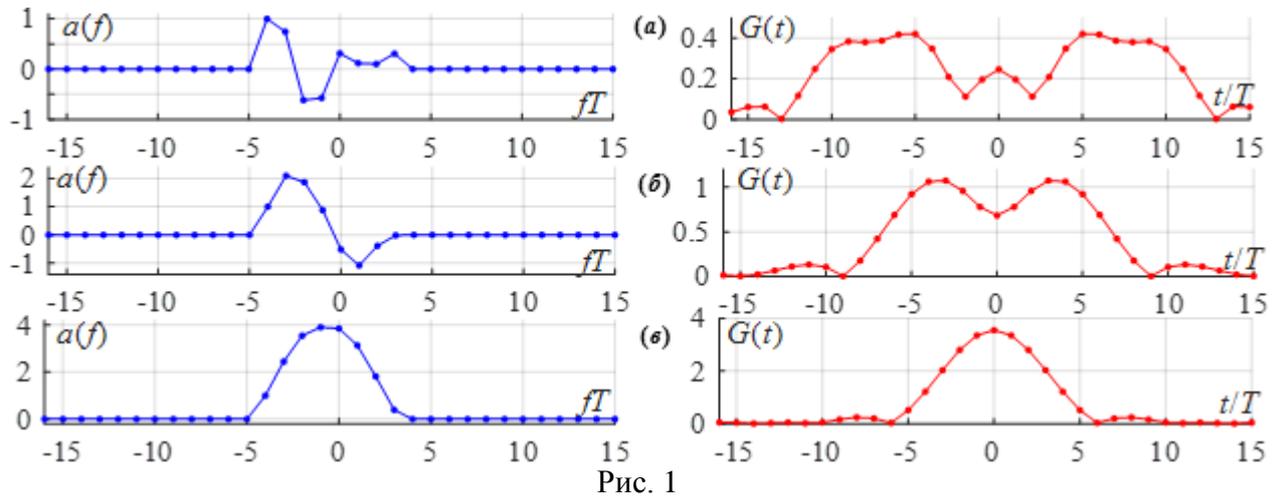


Рис. 1

нормированной полосы частот, содержащей заданную долю мощности сигнала с дополнительными ограничениями на свободное евклидово расстояние или коэффициент групповой корреляции, определяющий уровень МСИ.

Для сигналов с частичным откликом удаётся сформулировать линейную оптимизационную задачу, обеспечивающую нахождение оптимального дискретного импульса.

Для решения **Задачи 1** предлагается следующий подход. Спектр сигналов SEFDM рассматривается как сигнал с линейной модуляцией, поэтому для повышения помехоустойчивости возможно воспользоваться идеями, изложенными в [3] для синтеза оптимальных импульсов сигналов с частичным откликом. При этом необходимо воспринимать нормированную полосу частот  $W_\varepsilon T$ , содержащую долю  $\varepsilon$  мощности, как нормированную длительность импульса  $T_\varepsilon/T$ , в которой сосредоточена  $\varepsilon$  доля энергии сигнала, где  $T$  – длительность SEFDM символа. На рис. 1 представлены примеры полученных оптимальных спектральных импульсов (синие кривые - слева) и соответствующих им временных импульсов (красные кривые - справа) при  $L = 8$ : (а) для  $T_{99\%}/T = 0,75$ , (б) для  $T_{99\%}/T = 0,5$ , (в) для  $T_{99\%}/T = 0,3$ .

На рис. 2 показана зависимость значения нормированной длины импульса  $T_{99\%}/T$  от потери в свободном евклидовом расстоянии, FDL (Free Distance Loss), для полученных спектральных импульсов и сигнальных созвездий 2-РАМ и 4-РАМ. Значение FDL рассчитано относительно случая без МСИ. Из анализа кривых видно, что при использовании сигналов с оптимальными импульсами есть возможность уменьшения нормированной длительности импульса  $T_{99\%}/T$  до значения 0,83 для  $L = 4$ , 0,80 для  $L = 8$  и 0,76 для  $L = 12, 14$  без потерь в свободном евклидовом расстоянии по сравнению со случаем без МСИ. Увеличение глубины МСИ  $L$  приводит, во-первых, к уменьшению минимальных возможных значений  $T_{99\%}/T$ , во-вторых, к всё меньшему дополнительному выигрышу; более того характеристики для  $L = 12$  и для  $L = 14$  практически не отличаются.

В **Третьей главе** описаны оптимальные алгоритмы приёма сигналов с управляемой МСИ: алгоритм Витерби [6] и сферичный алгоритм [8], реализующие оптимальный приём по критерию максимального правдоподобия ансамбля символов; алгоритм ВСJR [7], оптимальный по критерию максимума апостериорной вероятности каждого символа. Описаны подоптимальные алгоритмы, используемые для умень-

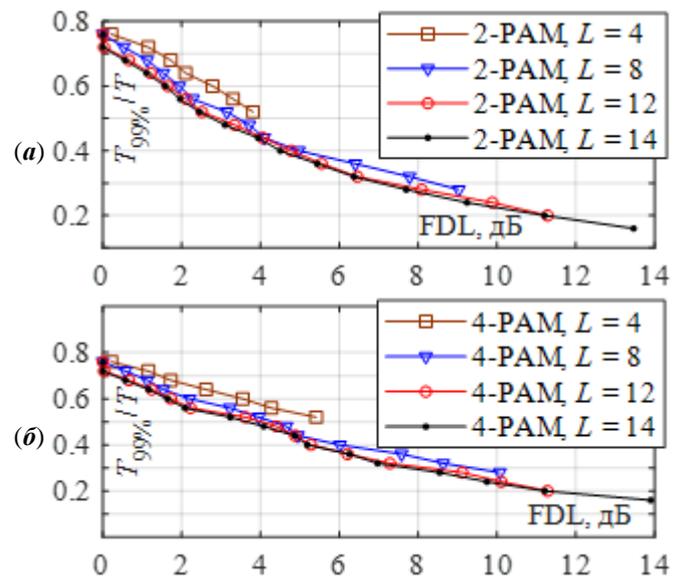


Рис. 2

Таблица 1

Алгоритм	Вычислительная сложность обработки одного такта
Витерби	$O((N + L - 1)N_s)$
BCJR	$O(2(N + L - 1)N_s)$
М-Витерби	$O((N + L - 1)M)$
М-BCJR	$O(2(N + L - 1)M)$

шения вычислительной сложности: алгоритм М-Витерби [10], в памяти которого сохраняются только  $M$  состояний с наименьшими метриками на каждом шаге; алгоритм М-BCJR [11], в памяти которого сохраняются  $M$  путей с наибольшими вероятностями на каждом шаге прямой рекурсии, а в обратной рекурсии вычисления производятся по путям, выжившим в прямой рекурсии.

Для решения **Задачи 2** в табл. 1 представлена вычислительная сложность обработки одного такта решётки по указанным выше алгоритмам, кроме сферичного алгоритма. Сферичный алгоритм сразу был исключён из рассмотрения по той причине, что он не эффективен в случае обработки длинных последовательностей, т.е. большого числа поднесущих, а именно такой случай является стандартным в современных системах связи.

Из анализа табл. 1 следует, что алгоритмы Витерби и BCJR оказываются многократно более вычислительно затратными, чем их подоптимальные версии, поэтому предлагается исследовать возможность применения именно подоптимальных алгоритмов. В случае если подоптимальные алгоритмы смогут обеспечить результаты, близкие к оптимальным алгоритмам, выбор в пользу подоптимальных версий будет однозначным. Из двух вариантов М-Витерби и М-BCJR предлагается сделать выбор в пользу М-BCJR, так как хотя он обладает в двое большей вычислительной сложностью, тем не менее, он формирует мягкие решения о модуляционных символах, что повышает эффективность работы декодера помехоустойчивого кода и, следовательно, повышает энергетическую эффективность передачи информации.

В **Четвёртой главе** для решения **Задачи 3** предложена методика формирования и обработки многочастотных сигналов SEFDM с модифицированными спектральными импульсами.

Для многочастотных сигналов с использованием RRC-импульсов в качестве спектров поднесущих предложено название RRC-SEFDM. Комплексная огибающая таких сигналов записывается следующим образом:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=N_{sc}/2}^{N_{sc}/2-1} C_k^{(n)} a(t - k(1 + \beta)T) \exp(j2\pi n \Delta f (t - k(1 + \beta)T)),$$

где  $a(t)$  – финитный импульс следующего вида

$$a(t) = \begin{cases} 1, & |t| \leq \frac{T}{2}(1 - \beta); \\ \sqrt{\frac{1}{2} \left[ 1 + \cos \left( \frac{\pi}{\beta T} \left( |t| - \frac{T}{2}(1 - \beta) \right) \right) \right]}, & \frac{T}{2}(1 - \beta) < |t| \leq \frac{T}{2}(1 + \beta); \\ 0, & \frac{T}{2}(1 + \beta) < |t|; \end{cases}$$

и  $0 \leq \beta \leq 1$  – коэффициент сглаживания;  $(1 + \beta)T$  – длительность символа RRC-SEFDM;  $N_{sc}$  – количество поднесущих частот;  $C_k^{(n)}$  – модуляционный символ  $n$ -ой поднесущей  $k$ -го SEFDM-символа;  $\Delta f = \alpha/T$  – частотный разнос между соседними поднесущими частотами;  $\alpha$  – коэффициент частотного уплотнения поднесущих частот,  $\alpha \in (0, 1]$ . Заметим, что для сигнала OFDM  $\alpha = 1$ ,  $\beta = 0$  и длительность символа равна  $T$ . При  $\beta = 0$  сигналы RRC-SEFDM соответствуют традиционным сигналам SEFDM, которые далее будем называть sinc-SEFDM. Спектральный импульс, соответствующий временному импульсу  $a(t)$ , имеет следующий вид

$$a_{RRC}(f, \beta) = \frac{\sin\{(1 - \beta)\pi fT\} + \cos\{(1 + \beta)\pi fT\}4\beta fT}{\sqrt{T}\{1 - (4\beta fT)^2\}\pi fT}.$$

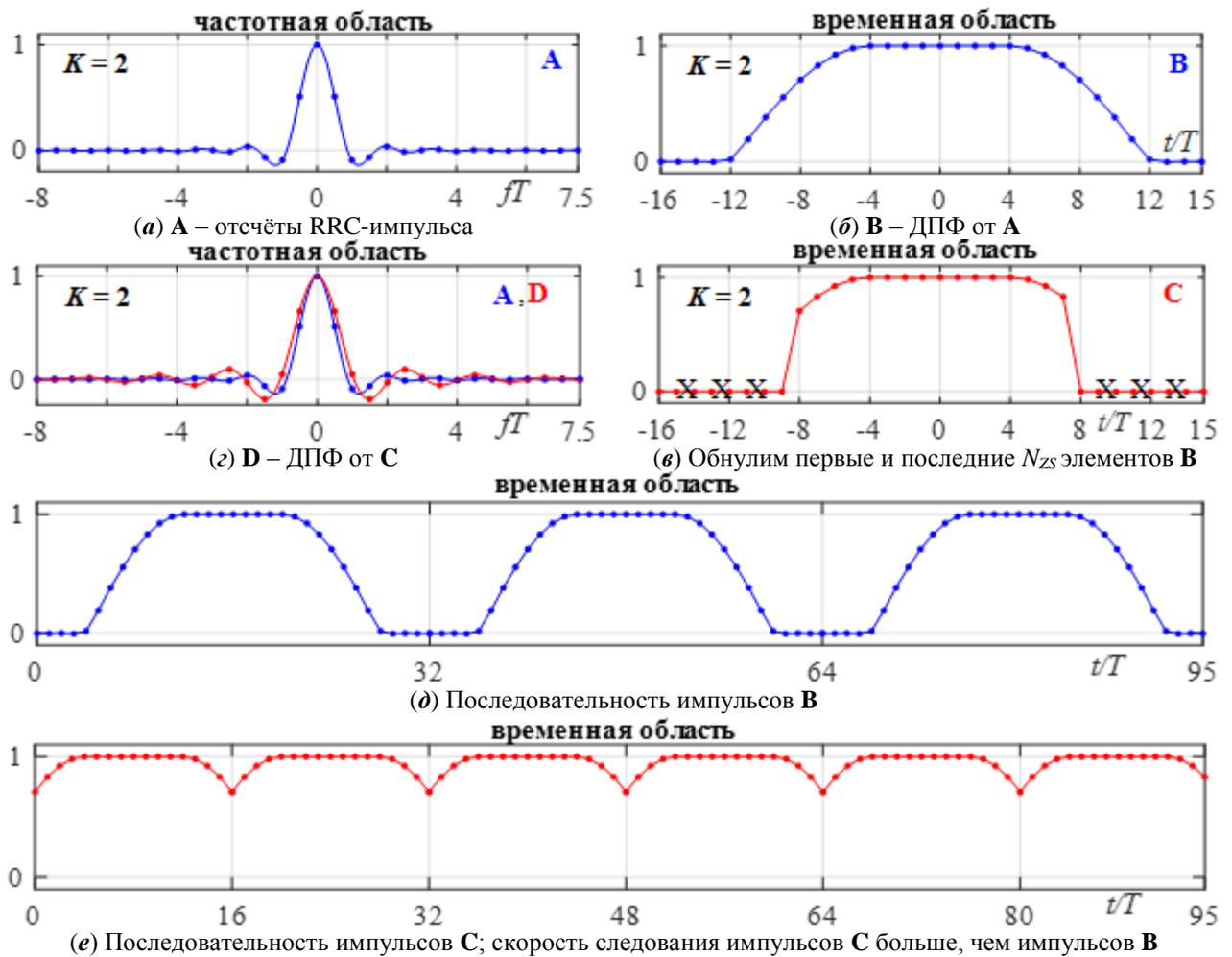


Рис. 3

При формировании и обработке сигналов RRC-SEFDM необходимо повышать частоту дискретизации в спектральной области в  $K$  раз по сравнению со случаем приёма сигналов OFDM для удовлетворения теоремы Котельникова. При цифровой обработке удобно, чтобы  $K$  было целым, тогда минимально необходимо  $K = 1$  для  $\beta = 0$  и  $K = 2$  для  $\beta > 0$ . Повышение частоты дискретизации в спектральной области выполняется путём удлинения SEFDM символа во временной области в  $K$  раз. Однако, удлинённый во временной области импульс  $a(t)$  имеет нулевые и/или малые значения на краях и, следовательно, их можно не передавать при формировании и вставлять нулевые значения при приёме, что обеспечивает увеличение спектральной эффективности.

Для формирования сигналов RRC-SEFDM предлагается использовать ДПФ и ОДПФ, как и в системе OFDM, но с размером в  $K$  раз больше из-за требования передискретизации. Будем обозначать  $N_{FFT}$  – размер ДПФ и ОДПФ в системе OFDM,  $N_{ZS}$  – количество занулённых (отброшенных) отсчётов временного импульса для  $K = 2$ ,  $0 \leq N_{ZS} \leq N_{FFT}/2$ . Значение числа отброшенных отсчётов для  $K > 2$  больше на  $(K - 2) N_{FFT}$ .

На рис. 3 представлена иллюстрация повышения спектральной эффективности при  $N_{FFT} = 16$ ,  $K = 2$ ,  $\beta = 0,5$ : (a) форма исходного спектрального RRC-импульса **A**; (б) временной импульс **B**, соответствующий импульсу **A**; (в) временной импульс **C**, полученный в результате обнуления первых и последних  $N_{ZS}$  элементов импульса **B**; (г) спектральный импульс **D**, соответствующий импульсу **C**, и исходный спектральный импульс **A**; (д) последовательность импульсов **B**; (е) последовательность импульсов **C**. Из сравнения (д) и (е) следует, что скорость следования импульсов **C** больше, чем импульсов **B**.

Алгоритм формирования и обработки сигналов RRC-OFDM состоит из следующих этапов:

### Предварительные вычисления:

• Шаг 1: сформируем вектор-столбец  $\mathbf{A}$  размером  $N_{FFT}$ , в котором расположены отсчёты RRC-импульса  $a_{RRC}(nT - KN_{FFT}T/2, \beta)$ ,  $n = 0, 1, \dots, KN_{FFT} - 1$ .

• Шаг 2: выполним ДОПФ размером  $KN_{FFT}$  от импульса  $\mathbf{A}$ ; результат запишем в массив-столбец  $\mathbf{B}$  – импульс во временной области, соответствующий RRC-импульсу в частотной области.

• Шаг 3: обнулим первые и последние  $(K - 2)N_{FFT}/2 + N_{ZS}$  значений массива-столбца  $\mathbf{B}$ , результат запишем в массив  $\mathbf{C}$ .

• Шаг 4: выполним ДПФ размером  $KN_{FFT}$  от массива  $\mathbf{C}$ , результат запишем в массив  $\mathbf{D}$  – спектральный импульс, соответствующий импульсу  $\mathbf{C}$ .

Обнуление первых и последних  $(K - 2)N_{FFT}/2 + N_{ZS}$  значений массива-столбца  $\mathbf{B}$  приводит к тому, что массив  $\mathbf{D}$  содержит искажённые отсчёты RRC-импульса. При фиксированном  $N_{ZS}$  искажения тем больше, чем больше  $\beta$ .

### Формирование символа RRC-OFDM:

• Шаг 1: в массив-столбец  $\mathbf{E}$  размером  $KN_{FFT}$  с равномерным шагом  $K$  (что соответствует частотному разнесу  $1/T$ ) записываются  $N_{SC}$  значений передаваемых модуляционных символов. Например, если  $N$  чётное, то можно использовать позиции  $n = KN_{FFT}/2 - KN/2, KN_{FFT}/2 - KN/2 + K, \dots, KN_{FFT}/2 - KN/2 + (N - 1)K$ , в остальных позициях массива  $\mathbf{E}$  должны быть нули.

• Шаг 2:  $\mathbf{G} = \mathbf{E} * \mathbf{D}$  – фильтрация последовательности модуляционных символов, «\*» – циклическая свёртка, которая может быть выполнена эффективно с помощью БПФ.

• Шаг 3:  $\mathbf{H} = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{G}$  – символ RRC-OFDM, состоящий из  $KN_{FFT}$  отсчётов.

• Шаг 4: первые и последние  $(K - 2)N_{FFT}/2 + N_{ZS}$  значений массива  $\mathbf{H}$  не передаются.

### Приём RRC-OFDM (после выполнения процедуры эквалайзинга):

• Шаг 1:  $\mathbf{R}$  – значения элементов массива  $\mathbf{H}$ , прошедших через канал связи и эквалайзер.

• Шаг 2: к массиву  $\mathbf{R}$  добавляются  $(K - 2)N_{FFT}/2 + N_{ZS}$  нулевых значений в начало и в конец, образуя массив  $\mathbf{H}$ .

• Шаг 3:  $\mathbf{G} = \mathbf{F} \mathbf{H}$  – оценка спектра символа RRC-OFDM.

• Шаг 4:  $\mathbf{E} = \mathbf{G} * \mathbf{D}$  – согласованная фильтрация; если  $N_{ZS}$  выбрано таким, что  $\mathbf{D}$  почти не отличается от  $\mathbf{A}$ , то в позициях  $n$  будет устранена МСИ и можно производить независимую демодуляцию каждой информационной поднесущей.

При формировании сигналов RRC-SEFDM необходимо сближение соседних поднесущих до значения  $\alpha T$ , что эквивалентно изменению шага с  $K$  до  $\alpha K$  при вычислении массива  $\mathbf{E}$ . Для сохранения алгоритма формирования сигнала, значение  $\alpha K$  должно быть целым, чтобы обеспечить расположение модуляционных символов в отсчётах массива  $\mathbf{E}$ , а не между отсчётами. Также целое  $\alpha K$  будет удобно для реализации алгоритма приёма.

Другим подходом для формирования многочастотных сигналов с неортогональными поднесущими является использование оптимальных импульсов в качестве формы спектра поднесущих. Такие сигналы будем называть PR-SEFDM. Отличительной особенностью предлагаемых оптимальных импульсов является то, что значение нормированной длительности для всех них оказывается меньше 1. Это значит, что в отличие от RRC-импульсов, рассмотренных выше, не требуется передискретизация спектра и сближение поднесущих, т.е. размер преобразования Фурье остаётся неизменным. Комплексная огибающая сигналов PR-SEFDM записывается так:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=N_{SC}/2}^{N_{SC}/2-1} C_k^{(n)} a(t - kT) \exp(j2\pi n(t - kT)/T),$$

где  $a(t)$  – спектр оптимального финитного импульса.

На рис. 4 для  $N_{FFT} = 32$  представлен пример преобразования оптимального спектрального импульса с целью повышения спектральной эффективности без введения интерференции между соседними символами PR-SEFDM. В отличие от сигналов RRC-SEFDM, исходная длительность символа PR-SEFDM равна длительности символа OFDM. Увеличение спектральной эффективности получается путём усечения  $N_{ZS}$  первых и последних отсчётов символа. Как

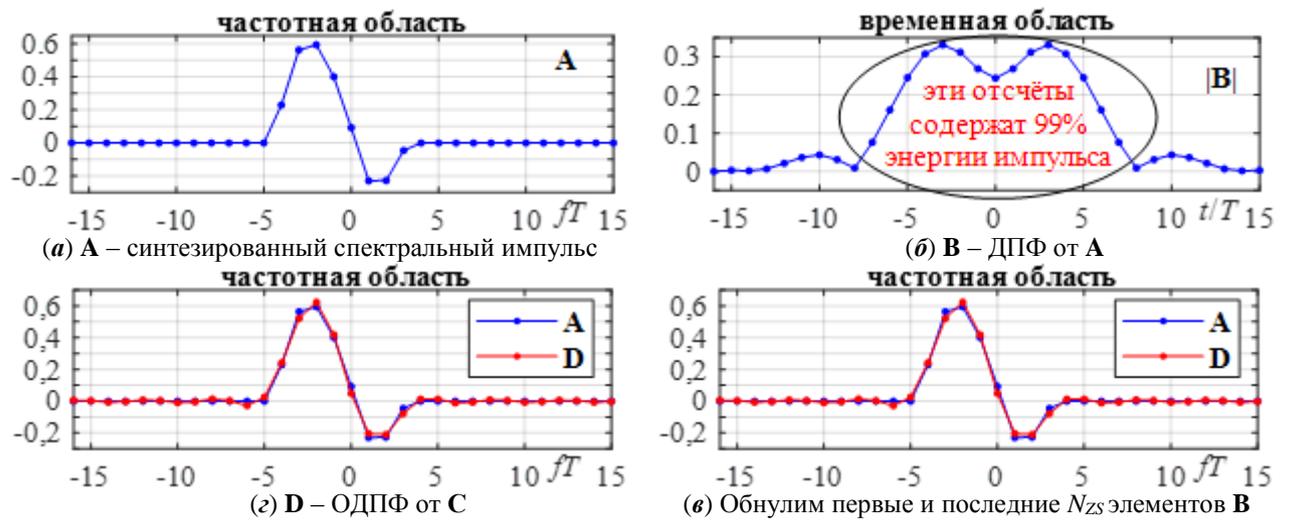


Рис. 4

следует из рис. 4, если выполнять усечение временного импульса по критерию концентрации энергии импульса, то исходный и полученный спектральные импульсы почти не отличаются, что означает отсутствие дополнительных энергетических потерь.

Алгоритм формирования и приёма сигналов PR-SEFDM состоит из следующих этапов:

**Предварительные вычисления:**

- Шаг 1: в вектор-столбец **A** размером  $N_{FFT}$  записываются  $(N_{FFT} - L)/2$  нулевых элементов в начале, далее  $L$  отсчётов оптимального импульса, затем снова  $(N_{FFT} - L)/2$  нулевых элементов в конце.
- Шаг 2: вычислением ОДПФ от массива **A**, получается импульс во временной области **B**, соответствующий оптимальному импульсу в частотной области.
- Шаг 3: первые  $N_{ZS}$  и последние  $N_{ZS} - 1$  элементов массива **B** обнуляются, образуя массив **C**.
- Шаг 4:  $\mathbf{D} = \mathbf{FC}$  – спектральный импульс, соответствующий импульсу **C**.

Массив **D** содержит отсчёты оптимального импульса, искажённого занулением  $(2N_{ZS} - 1)$  отсчётов во временной области.

**Формирование символов PR-SEFDM:**

- Шаг 1: в массив-столбец **E** размером  $N_{FFT}$  записываются  $N$  значений передаваемых модуляционных символов. Например, если  $N$  и  $N_{FFT}$  чётные, то можно расставить  $(N_{FFT} - N)/2$  нулей по краям и  $N$  символов в середине.
- Шаг 2:  $\mathbf{G} = \mathbf{E} * \mathbf{D}$  – фильтрация последовательности модуляционных символов, «\*» – циклическая свёртка, которая может быть выполнена эффективно с помощью БПФ.
- Шаг 3:  $\mathbf{H} = \mathbf{F}^{-1} \mathbf{G}$  – символ PR-OFDM, состоящий из  $N_{FFT}$  отсчётов.
- Шаг 4: первые  $N_{ZS}$  и последние  $N_{ZS} - 1$  значений массива **H** не передаются.

**Прём PR-SEFDM (после выполнения процедуры эквалайзинга):**

- Шаг 1: **R** – значения элементов массива **H**, прошедших через канал связи и эквалайзер.
- Шаг 2: к массиву **R** добавляются  $N_{ZS}$  нулевых значений в начало и  $N_{ZS} - 1$  нулевых значений в конец, образуя массив **H**.
- Шаг 3:  $\mathbf{G} = \mathbf{FH}$  – оценка спектра символа PR-SEFDM.
- Шаг 4: демодуляция значений **G**.

Учитывая описанные выше методики формирования и обработки сигналов RRC-SEFDM и PR-SEFDM для решения **Задачи 4** предложена структурная схема модема для передачи и приёма данных с применением сигналов RRC-SEFDM и PR-SEFDM.

На рис. 5 представлена структурная схема передатчика и приёмника сигналов RRC-SEFDM. В передатчике поток модуляционных символов от последовательно-параллельного преобразователя поступает на блок добавления нулей, которые добавляются в начало, в конце и также между элементами. Результат с выхода блока добавления нулей поэлементно перемножается с временным импульсом, что является вычислительно эффективной реализацией

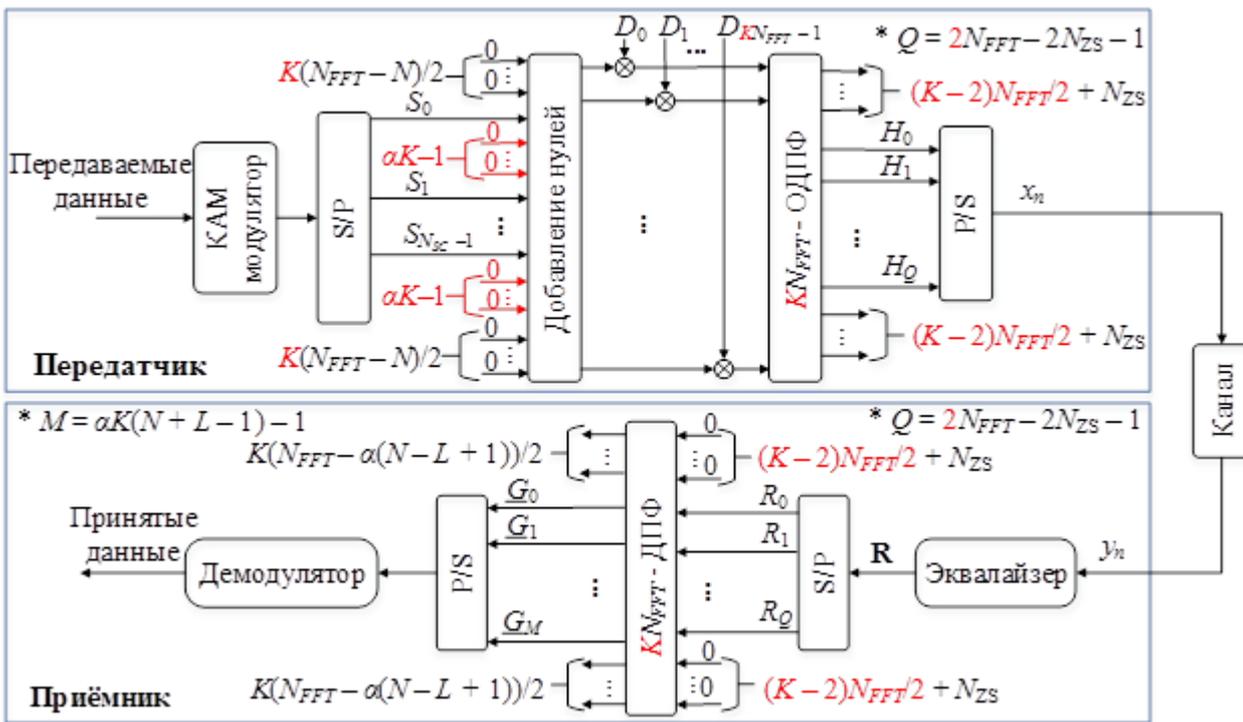


Рис. 5

модуляции в частотной области. Полученный поток поступает в блок ОДПФ. Из полученного сигнала во временной области отбрасываются крайние элементы, что соответствует усечению импульса.

Структурная схема передатчика и приёмника сигналов PR-SEFDM представлена на рис. 6. В отличие от передатчика сигналов RRC-SEFDM, в передатчике сигналов PR-SEFDM нули добавляются только в начале и в конце. Вставка нулей между модуляционными символами не требуется, так как для сигналов PR-SEFDM передискретизация не выполняется –  $K = 1$ .

В обоих приёмниках сигналов RRC-SEFDM и PR-SEFDM, в целом порядок действий является обратным по отношению к передатчику, однако в начале добавляется эквалайзер, а в

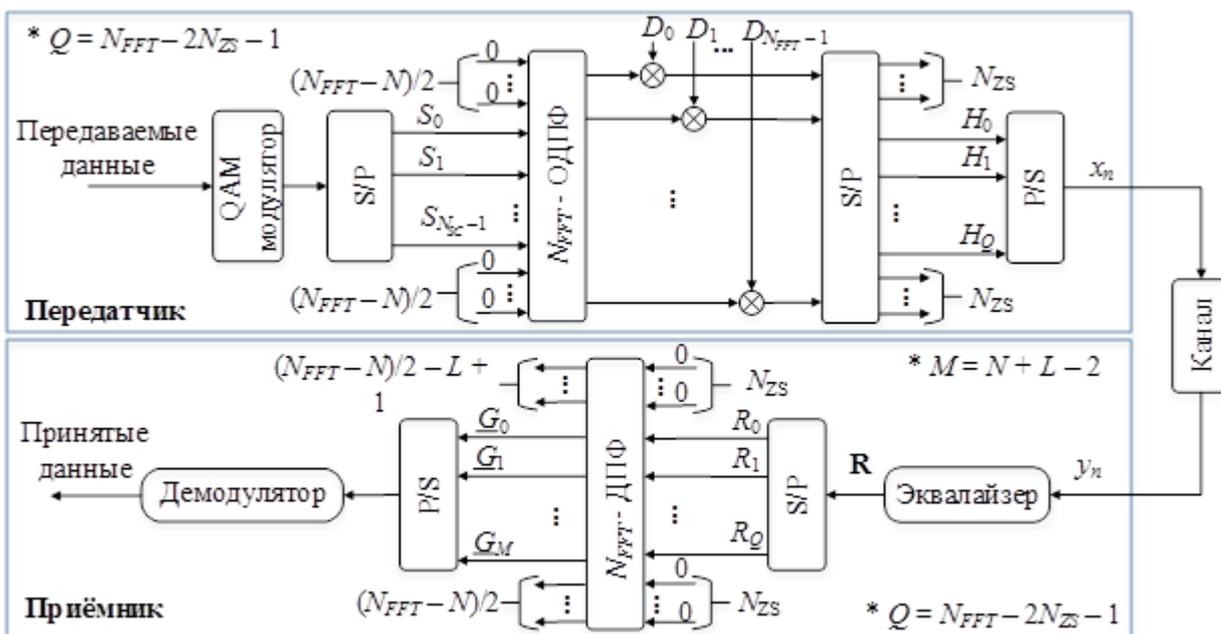


Рис. 6

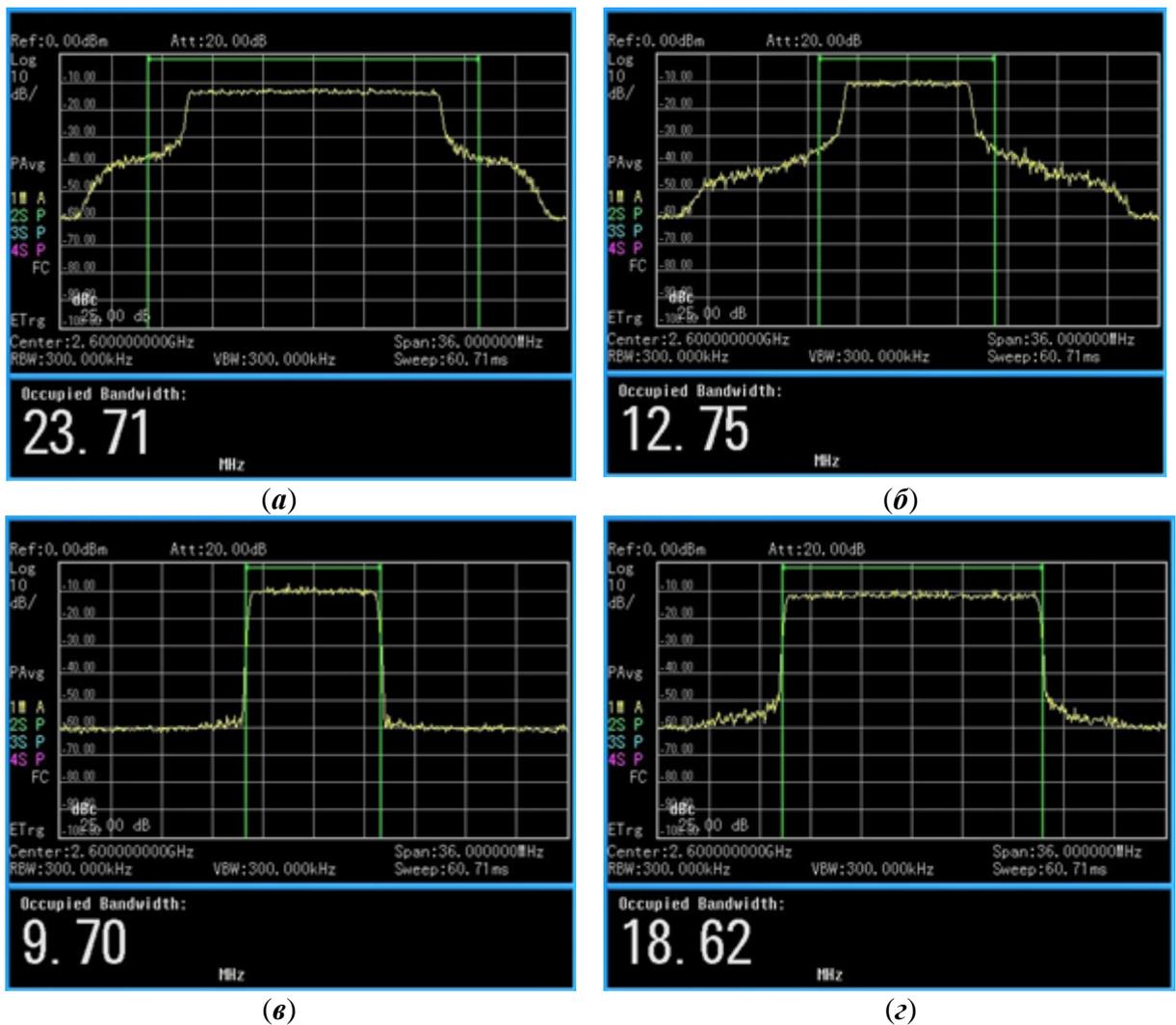


Рис. 7

конец добавляется демодулятор, в котором производится обработка спектральных отсчётов по тому или иному алгоритму.

Для проверки спектральных свойств предлагаемых сигналов, на векторном генераторе Agilent E8267D были сгенерированы сигналы OFDM, sinc-SEFDM, RRC-SEFDM и PR-SEFDM полученные для случайных последовательностей символов сигнального созвездия QPSK. Использовались следующие параметры модуляции: несущая частота 2,6 ГГц, количество информационных поднесущих 1200. Полученные оценки энергетических спектров представлены на рис. 7: (а) для сигнала OFDM; (б) для сигнала sinc-SEFDM при  $\alpha = 0,5$  и  $\beta = 0$ ; (в) для сигнала RRC-SEFDM при  $\alpha = 0,5$  и  $\beta = 1$ ; (г) для сигнала PR-SEFDM при нормированной длине импульса  $T_e/T = 0,75$  и  $\varepsilon = 0,99$ . На рисунках представлены измеренные значения полосы частот, вычисленные по критерию концентрации 99% мощности сигнала. Из рис. 7, можно видеть, что, во-первых, переход от сигналов OFDM к сигналам sinc-SEFDM при  $\alpha = 0,5$  приводит к сужению полосы частот в 1,86 раз, что близко к теоретическому значению 2, достигаемому для  $N_{SC} \rightarrow \infty$ . Во-вторых, полоса частот сигналов RRC-SEFDM оказывается меньше, чем для сигналов sinc-SEFDM при  $\alpha = 0,5, \beta = 0$ , также снижается и уровень внеполосных излучений. В-третьих, ширина полосы частот для сигналов PR-SEFDM оказывается меньше, чем для сигналов OFDM. Из рис. 7 следует, что ширина полосы частот сигналов PR-SEFDM больше, чем для сигналов RRC-SEFDM. Однако, благодаря тому, что длина PR-SEFDM-символа меньше, чем длина RRC-SEFDM-символа, спектральная эффективность сигналов PR-SEFDM оказывается выше.



Рис. 8

В Пятой главе для решения Задачи 5 в среде MATLAB была реализована имитационная модель для оценки спектральной и энергетической эффективности сигналов RRC-SEFDM и PR-SEFDM, структура которой представлена на рис. 8. Оценивались потенциальные возможности предлагаемых сигналов, поэтому временная и частотная синхронизации считались идеальными. При моделировании рассматривался однолучевой канал с аддитивным белым гауссовским шумом и идеальной оценкой характеристики канала. Демодуляция принятых сигналов осуществлялась с помощью алгоритмов Витерби, BCJR, и их подоптимальных версий М-Витерби и М-BCJR.

Для решения Задачи 6 с помощью разработанной имитационной модели были получены зависимости спектральной эффективности сигналов RRC-SEFDM и PR-SEFDM от удельных энергетических затрат. Использовались следующие параметры: размер ДПФ  $N_{FFT} = 2048$  и количество поднесущих  $N_{SC} = 1200$ , что соответствует одному из сценариев стандарта LTE; были рассмотрены варианты использования созвездий QPSK и 16-QAM на каждой поднесущей. Все поднесущие использовались для передачи полезных данных.

Для сигналов RRC-SEFDM значение  $\alpha$  и соответствующие ему значения коэффициента передискретизации  $K$  и количества поднесущих  $N_{SC}$  представлены в табл. 2. Для каждого значения  $\alpha$  рассматривались следующие значения  $\beta$ : 0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1. В каждом случае рассматривались все возможные значения  $N_{SZ}$  от 0 до  $N_{FFT}/2$ .

Для сигналов PR-SEFDM использовались параметры из табл. 3. Значение  $T_e/T$  выбиралось таким, чтобы произведение  $T_e/T$  – количество отсчетов импульса во временной области, содержащих долю  $\epsilon$  мощности сигнала, оказывалось целым числом. Рассматривались значения  $N_{SZ}$  от 0 до  $N_{FFT}/2 - \lfloor T_e T N_{FFT} / 2 \rfloor$ , где  $\lfloor x \rfloor$  – значение ближайшего к  $x$  со стороны нуля целого.

В качестве удельных энергетических затрат рассматривалось значение отношения энергии, затрачиваемой для передачи одного бита полезной информации, к односторонней спектральной плотности средней мощности белого шума:

$$\beta_E = h^2 = \frac{E_{\text{бит}}}{N_0}.$$

Таблица 2

$\alpha$	1	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
$K$	2	10	5	10	5	2
$N_{SC}$	1200	1332	1500	1714	2000	2400

Таблица 3

Номер схемы	1	2
Сигнальное созвездие	QPSK	16-QAM
Скорость подачи	1 бит / $T$	3 бит / $T$
Диапазон значений $T_e T$	0,32250 ... 0,82813 ( $L = 8$ )	
	0,29688 ... 0,82813 ( $L = 12$ )	
Диапазон максимальных рассматриваемых значений $N_{SZ}$	176 ... 694 ( $L = 8$ )	
	176 ... 720 ( $L = 12$ )	

Выбирались такие значения отношения сигнал/шум, при которых обеспечивается значение битовой ошибки  $BER = 10^{-4}$ . Спектральная эффективность вычислялась так:

$$\gamma = \frac{R}{W_{99\%}},$$

где  $W_{99\%}$  – ширина полосы частот, содержащей 99% мощности сигнала, а  $R$  – скорость подачи информации в канал.

На рис. 9 представлено сравнение результатов сигналов PR-SEFDM для  $\varepsilon = 0,999$  с результатами для сигналов sinc-SEFDM и RRC-SEFDM, а также с характеристиками сигналов OFDM для сигнальных созвездий QPSK, 16-QAM, 64-QAM. На этом рисунке длина импульсов для PR-SEFDM равна 8 и длина учитываемой интерференции в демодуляторе также равна 8, использовался оптимальный алгоритм BCJR. Из анализа рисунка следует, что сигналы sinc-SEFDM показывают худшие результаты, а сигналы PR-SEFDM обеспечивают максимальную спектральную эффективность. В области  $h^2 < 11,5$  дБ спектральная эффективность и удельные энергетические затраты предлагаемых сигналов PR-SEFDM и RRC-SEFDM практически одинаковы. Однако при увеличении значений  $h^2$  спектральная эффективность сигналов PR-SEFDM становится заметно больше, чем для сигналов RRC-SEFDM. С другой стороны, если производить сравнение с сигналами OFDM для сигнальных созвездий 16-QAM и 64-QAM, то даже лучшие сигналы PR-SEFDM проигрывают им в удельных спектральных затратах 14% и 22% соответственно. Таким образом, показано, что с одной стороны, при фиксированной сложности алгоритма приёма сигналы PR-SEFDM обеспечивают большую спектральную эффективность, чем сигналы sinc-SEFDM и RRC-SEFDM. Однако, с другой стороны, использование коротких спектральных импульсов не позволяет обеспечить выигрыш в спектральной эффективности по отношению к сигналам без МСИ.

На рис. 10 представлено сравнение результатов для сигналов PR-SEFDM и RRC-SEFDM при использовании подоптимального алгоритма M-BCJR с  $M$  равным 16. Длина импульсов для сигналов PR-SEFDM увеличена с 8 до 12 и длина учитываемой интерференции в демодуляторе рассматривалась равной 4, 8, 12. Отметим, что для сигналов PR-SEFDM в области невысокого уровня интерференции результаты для подоптимального алгоритма совпадают с результатами для исходного оптимального алгоритма BCJR при уменьшении вычислительной сложности обработки от 256 до 1024 раз. Это подтверждает правильность выбора в пользу применения именно подоптимальной версии BCJR. Из рис. 10 следует, что сигналы RRC-SEFDM не обеспечивают значительный выигрыш по отношению к сигналам OFDM с сигнальным созвездием 16-QAM. Сигналы PR-SEFDM обеспечивают лучшие результаты. При их использовании возможно обеспечить выигрыш от 25% до 27% в спектральной эффективности при незначительном энергетическом проигрыше от 0,6 до 1,3 дБ по отношению к сигналам

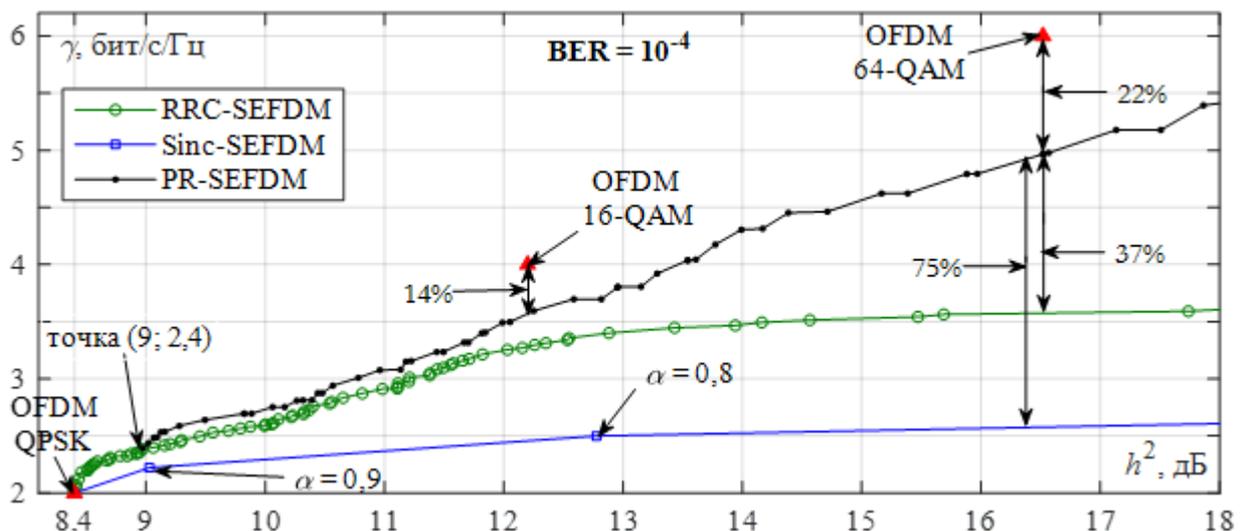


Рис. 9

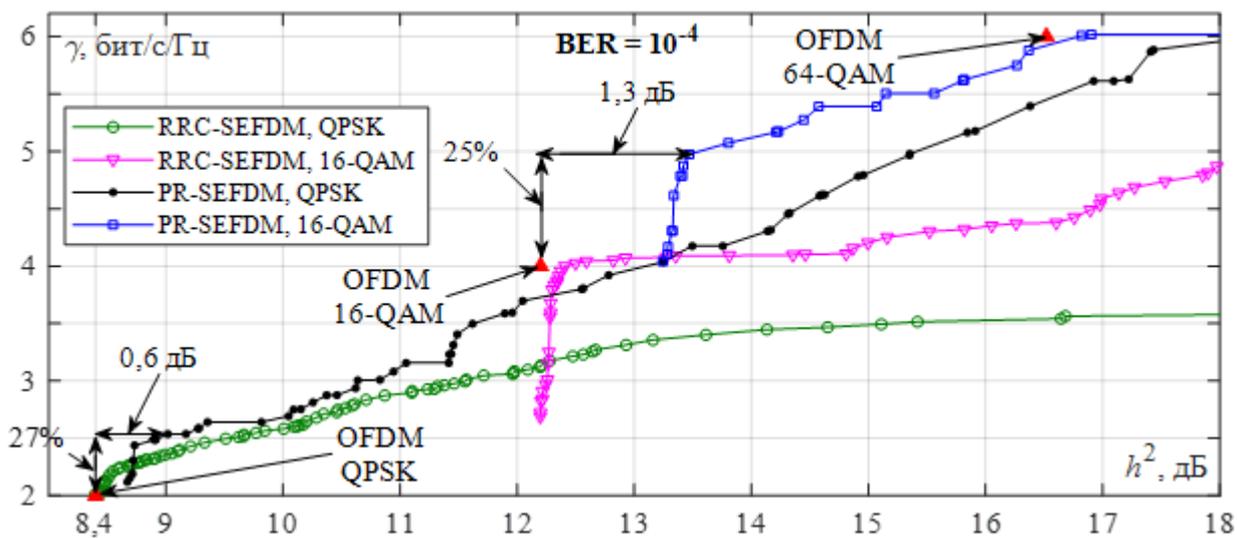


Рис. 10

OFDM с сигнальными созвездиями QPSK, 16-QAM соответственно. Очевидно, что максимальная спектральная эффективность достигается при одновременном введении МСИ и увеличении размера сигнального созвездия.

В **Заключении** сформулированы основные результаты исследования, представляющие теоретический и практический интерес:

- Впервые предложены многочастотные спектрально-эффективные сигналы RRC-SEFDM и PR-SEFDM, объединяющие в себе идеи формирования сигналов OFDM и FTN.
- Для сигналов RRC-SEFDM и PR-SEFDM предложена методика их формирования и обработки в спектральной области аналогично случаю сигналов OFDM.
- При формировании и обработке сигналов RRC-SEFDM и PR-SEFDM используются блоки прямого и обратного ДПФ аналогично случаю сигналов OFDM.
- При формировании сигналов RRC-SEFDM и PR-SEFDM свёртка в частотной области вычислительно эффективно реализуется поэлементным перемножением во временной области.
- Сигналы RRC-SEFDM по отношению к сигналам OFDM и SEFDM обеспечивают меньший уровень внеполосных излучений, однако требуют применения блока ДПФ большей размерности.
- Для формирования и обработки сигналов PR-SEFDM требуются блоки ДПФ той же размерности, что и для сигналов OFDM.
- Для сигналов PR-SEFDM предложена методика синтеза спектральных импульсов оптимальных по критерию минимизации энергетических потерь при фиксированной спектральной эффективности.
- Показано, что при фиксированных удельных энергетически затратах увеличение длины спектрального импульса для сигналов PR-SEFDM приводит к увеличению спектральной эффективности, однако увеличение тем меньше, чем больше значение длины.
- Предложена структурная схема модема для передачи и приёма сигналов RRC-SEFDM и PR-SEFDM.
- Показано, что значения спектральной эффективности и удельных энергетических затрат при передаче данных сигналами RRC-SEFDM и PR-SEFDM существенно зависят от глубины учитываемой в приёмнике МСИ. Так для учитываемой глубины  $L = 8$  сигналы RRC-SEFDM и PR-SEFDM хотя обеспечивают выигрыш по отношению к сигналам SEFDM, тем не менее проигрывают сигналам OFDM.
- Для вычислительно-эффективного приёма сигналов RRC-SEFDM и PR-SEFDM предложено использовать алгоритм M-BCJR, являющийся подоптимальной версией алгоритма

BCJR. Для сигналов RRC-SEFDM дополнительно предложено использовать в приёмнике усечённый импульс.

- Показано, что при фиксированной вычислительной сложности алгоритма приёма для сигналов PR-SEFDM применение подоптимального алгоритма приёма M-BCJR обеспечивает меньшие потери по отношению к оптимальному приёму, чем для сигналов RRC-SEFDM.

- Для сигналов RRC-SEFDM и PR-SEFDM впервые показано, что максимальное увеличение спектральной эффективности передачи информации возможно только при одновременном введении МСИ и увеличении размера сигнального созвездия. Так сигналы с управляемой МСИ и сигнальным созвездием 16-QAM обеспечивают лучшие характеристики спектральной эффективности и удельных энергетических затрат, чем сигналы с управляемой МСИ и сигнальным созвездием QPSK.

- Предложенные сигналы PR-SEFDM обеспечивают выигрыш в спектральной эффективности до 27% по отношению к сигналам OFDM с сигнальными созвездиями QPSK и 16-QAM. При этом энергетический проигрыш составляет не более 1,3 дБ и в приёмнике используется алгоритм M-BCJR не более, чем с  $M = 16$  выживающими на каждом шаге алгоритма путями.

### ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

*Статьи в журналах, входящих в перечень ВАК*

1. Горлов, А.И. Использование оптимальных финитных импульсов как способ наилучшего введения управляемой межсимвольной интерференции / Гельгор А.Л, Ван Фе Нгуен // **Радиотехника**. – 2016. – №12, – С. 112-120.

2. Гельгор, А.Л. Повышение эффективности SEFDM путем замены спектральных sinc-импульсов на RRC-импульсы / Горлов А.И, Ван Фе Нгуен // **Радиотехника**. – 2016. – №12, – С. 105-111.

3. Гельгор, А.Л. Повышение спектральной и энергетической эффективности сигналов SEFDM путём использования оптимальных импульсов в качестве формы спектров поднесущих / Горлов А.И, Ван Фе Нгуен // **Радиотехника**. – 2017. – №1, – С. 49-56.

4. Нгуен Ван Фе. Достижение максимальной спектральной эффективности путём одновременного увеличения размера сигнального созвездия и введения управляемой межсимвольной интерференции / Горлов А.И, Гельгор А.Л // **Радиотехника**. – 2018. – №1, – С. 42-48.

*Статьи в зарубежных трудах, индексируемых базами Scopus и Web of Science*

5. Gorlov, A. Root-raised cosine versus optimal finite pulses for Faster-than-Nyquist generator / A. Gelgor, Van Phe Nguyen // **Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems (New2An)**. – 2016. Springer International publishing. – pp 628-640.

6. Gelgor, A. The design and performance of SEFDM with the Sinc-to-RRC modification of subcarriers spectrums / A. Gorlov, Van Phe Nguyen // **Advanced Technologies for Communications (ATC)**, 2016 IEEE International Conference on. pp. 65-69.

7. Gelgor, A. Performance analysis of SEFDM with optimal subcarriers spectrum shapes / A. Gorlov, Van Phe Nguyen // **Black Sea Conference on Communications and Networking (BlackSeaCom)**, 2017 IEEE International. pp. 1-5.

8. Van Phe Nguyen. An intentional introduction of ISI combined with signal constellation size increase for extra gain in bandwidth efficiency / A. Gorlov, A. Gelgor // **Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems (New2An)**. – 2017. Springer International Publishing. – pp 644-652.

*Остальные публикации по теме диссертации*

9. Нгуен Ван Фе. Сравнение эффективности M-алгоритма и алгоритма Витерби при приёме сигналов с частичным откликом / Горлов А.И, Гельгор А.Л, Попов Е.А // 18-я международная конференция «Цифровая обработка сигналов и ее применение – **DSPA-2016**», Т1, с. 73-77, Москва, 2016 г.

10. Гельгор, А.Л. Сравнение эффективности сигналов Faster-than-Nyquist и оптимальных многокомпонентных сигналов / Горлов А.И, Ван Фе Нгуен // 19-я международная конференция «Цифровая обработка сигналов и ее применение – **DSPA-2017**», Т1, с. 101-106, Москва, 2017 г.

11. Гельгор, А.Л. Повышение эффективности сигналов SEFDM путём использования RRC-импульсов в качестве формы спектра поднесущих / Горлов А.И, Ван Фе Нгуен // 19-я международная конференция «Цифровая обработка сигналов и ее применение – **DSPA-2017**», Т1, с. 101-106, Москва, 2017 г.

12. Нгуен Ван Фе. Повышение спектральной эффективности сигналов с управляемой МСИ путём увеличения размера сигнального созвездия / Горлов А.И, Гельгор А.Л // 20-я международная конференция «Цифровая обработка сигналов и ее применение – **DSPA-2018**», Т1, с. 101-106, Москва, 2018 г.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. J.E. Mazo. Faster-than-Nyquist signaling, Bell System Technical Journal, vol. 54, no. 8, pp. 1451-1462, 1975.

2. A.D. Liveris and C. N. Georghiades, "Exploiting faster-than-Nyquist signaling," IEEE Trans. Comm., vol. 51, no. 9, pp. 1502–1511, 2003.

3. Said. and J.B. Anderson. Bandwidth-efficient coded modulation with optimized linear partial-response signaling, IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 44, no.2, pp. 701-713, 1988.

4. Rodrigues, M. and Darwazeh, I. (2003) A spectrally efficient frequency division multiplexing based communications system, in Proceedings of 8<sup>th</sup> International OFDM Workshop, Hamburg, pp. 48–49.

5. S. Isam and I. Darwazeh, "Simple DSP-IDFT techniques for generating spectrally efficient FDM signals", IEEE, IET Int. Symp. Commun. Syst., Netw., Digital Signal Process., pp. 20-24, 2010.

6. Viterbi, A. J. Error bounds for convolutional codes and an asymptotically optimum decoding algorithm / A. J. Viterbi // Information Theory, IEEE Transactions on. – 1967. – Vol. 13, Issue: 2. – pp. 260-269.

7. Bahl, L. Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate (Corresp) / L. Bahl, J. Cocke, F. jelinek, J. Raviv // Information Theory, IEEE Transaction on. – 1974. – Vol. 20, Issue: 2. – pp. 284-287.

8. U. Fincke and M. Pohst, "Improved Methods for Calculating Vectors of Short Length in a Lattice, Including a Complexity Analysis," mathematics of computation, vol. 44, no. 170, pp. 463-471, 1985.

9. Гельгор, А.Л. Оптимизация формы огибающей многокомпонентных сигналов при наличии ограничений на пик-фактор и коэффициент корреляции / А.Л. Гельгор, Е.А. Попов // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. – 2010. – № 5. – С. 25-30.

10. J. B. Anderson, "Limited search trellis decoding of convolutional codes," IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 35, pp. 944-955, Sept. 1989.

11. Frans. V., Anderson J. Concatenated decoding with a reduced-search BCJR algorithm // IEEE Journal on selected Areas in Communications/ – 1998/ № 16(2). – pp. 186-195.